N° d'ordre : 71

RÉGIMES TRANSITOIRES ET NON LINÉARITES DANS LES OSCILLATIONS DU QUARTZ

THÈSE

présentée

à LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE BESANÇON

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE TROISIÈME CYCLE

(Spécialité Métrologie)

par

Jean-Jacques GAGNEPAIN

Licencié ès sciences

Soutenue le 29 avril 1968 devant la Commission d'Examen :

Monsieur P. MESNAGE, président ;
Monsieur R. CHALEAT, examinateur ;
Monsieur J. BERNARD, examinateur.

IMP. CAMPONOVO-ROUCHARD-BESANÇON

N° d'ordre : 71

RÉGIMES TRANSITOIRES ET NON LINÉARITES DANS LES OSCILLATIONS DU QUARTZ

THÈSE

présentée

à LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE BESANÇON

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE TROISIÈME CYCLE

(Spécialité Métrologie)

par

Jean-Jacques GAGNEPAIN

Licencié ès sciences

Soutenue le 29 avril 1968 devant la Commission d'Examen :

Monsieur P. MESNAGE, président ;
Monsieur R. CHALEAT, examinateur ;
Monsieur J. BERNARD, examinateur.

IMP. CAMPONOVO-BOUCHARD-BESANÇON

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

UNIVERSITE DE BESANCON

FACULTE DES SCIENCES

DOYEN HONORAIRE : M. GLANGEAUD

PROFESSEURS HONORAIRES : MM. BAILLAUD, DUFFIEUX, THIRY, TRILLAT, UEBERSFELD, VINCENSINI

MAITRE DE CONFERENCES HONORAIRE : M. GRANIER

DOYEN	M. JACQUEMAIN	Chimie Appliquée
ASSESSEUR	M. THIEBAUT	Géologie Minéralogie
PROFESSEURS	M. TRONCHET	Botanique
	M. CHATELET	Mathématiques
	M. PERROT	Chimie Générale
	M. PLUVINAGE	PHysique Théorique
	M. DREYFUSS	Géologie Minéralogie
	M. MESNAGE	Chronométrie
	M. THEOBALD	Paléontologie et Géologie stratigraphique
	M. QUANTIN	Botanique
	M. NAHON	Mécanique Générale
	M. CHALEAT	Mécanique Appliquée
	M. RIPPLINGER	Physiologie Animale
	M. BERNARD	Chimie Physique
	M. RIGAL	Mathématiques
	M. VIENOT	Physique Générale
	M. GOMOT	Zoologie
	M. ARBEY	Astronomie
	M. GALATRY	Physique
PROFESSEUR ASSOCIE ...	M. DEFIX	Mécanique Appliquée
PROFESSEURS SANS CHAIRE.....	M. POTIER	Physique des Solides
	M. DEVIN	Chimie Générale
	Mle LEGRAND	Botanique
	M. REAL	Biologie Animale
	M. VALLEE	Mathématiques Appliquées
	M. GOUARNE	Mathématiques
	M. CERUTTI	Chimie Appliquée
	M. BONNEAU	Astronomie

MAITRES DE CONFERENCES	M. THEOBALD J.C	Spectroscopie Hertzienne
	M. PARIZET	Mathématiques
	M. HARTMANN	Physique
	M. ROBERT	Mathématiques
CHARGES D'ENSEIGNEMENT	M. REMOND	Chronométrie
	M. MASSONIE	Mécanique Théorique
	M. HELLEGOUARCH	Mathématiques
	M. BANTEGNIE	Mathématiques
	M. MERIGOUX	Physique
	M. MIELLOU	Mathématiques
	M. OLIVIER	Physique

CONSEILLER ADMINISTRATIF UNIVERSITAIRE : M. LAMBERT

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547627_0023

REGIMES TRANSITOIRES ET NON LINEARITES

DANS LES OSCILLATIONS DES QUARTZ

TABLE DES MATIERES

- INTRODUCTION

- CHAPITRE I - Amplificateur à gain asservi

  1 - Principe et réalisation

    a) chaine directe

    b) chaine de commande

    c) correcteur de phase

    d) amplificateur auxiliaire

  2 - Caractéristiques

  3 - Stabilité de phase de l'amplificateur

  4 - Essai de l'amplificateur

- CHAPITRE II - Etude des régimes transitoires dans les oscillateurs à quartz

  Symboles et constantes

  1 - Oscillateur Butler

    a) caractéristique non linéaire d'une triode

    b) mise en équation de l'oscillateur et résultats théoriques

    c) résultats expérimentaux

  2 - Oscillateur Miller

- CHAPITRE III - Séparation du quartz de l'oscillateur - oscillation libre

Notations

A - Etude de l'amplitude

a) cas où $R_1 = \infty$ $\psi = 0$ $\omega = \omega_o$

b) cas où ω est différent de ω_o

B - Etude de la fréquence et de l'amortissement

C - Mesure du coefficient de qualité par intégration de l'enveloppe de l'oscillation libre

- CHAPITRE IV - Mise en évidence des non linéarités dans les quartz

A - Défaut d'isochronisme

B - Linéarité de l'enveloppe

- ANNEXE I - Oscillateurs Butler et Miller

- ANNEXE II - Enceinte thermostatée

- BIBLIOGRAPHIE

Je tiens à adresser ici mes remerciements à toutes les personnes qui ont permis la réalisation de ce travail, effectué à l'E N S C M B.

Monsieur le Professeur MESNAGE qui m'a proposé ce sujet, en dirigeant mes recherches m'a permis de les mener à bien tout en me laissant une grande liberté quant à la façon de le réaliser.

Monsieur le Professeur CHALEAT qui par ses conseils m'a été d'une aide précieuse.

Monsieur le Professeur BERNARD qui m'a fait l'honneur de participer à mon jury de thèse.

Et tous mes camarades du personnel enseignant, technique et administratif de l'E N S C M auxquels je dois beaucoup.

INTRODUCTION

La recherche d'une grande stabilité de fréquence dans les oscillateurs à quartz exige une connaissance de plus en plus approfondie de l'influence de tout facteur extérieur ou intérieur à l'oscillateur. L'étude des régimes transitoires s'y déroulant permettra de mieux connaitre ces phénomènes. Le terme"régime transitoire" étant automatiquement lié à la notion de non linéarité, il est indispensable de connaitre les non linéarités mises en jeu dans un tel oscillateur.

On distingue celles dues au quartz qui sont encore mal connues et les plus difficiles à chiffrer, et celles dues aux différents éléments actifs ou passifs de l'oscillateur, assez bien connues. Les non linéarités du quartz étant donc le plus souvent masquées par celles des autrescomposants, il est nécessaire de les étudier dans un cas où le quartz est isolé au maximum, c'est-à-dire dans le cas où il est en oscillation libre. Ce qui peut être réalisé en excitant le quartz (soit en le plaçant dans un oscillateur, soit en le soumettant à des impulsions, soit en le mettant en régime forcé par application d'une tension sinusoïdale de fréquence extrêmement stable) et en le séparant ensuite de l'élément excitateur, n'intervenant plus comme éléments extérieurs que les impédances d'entrée des appareils d'observations. Les non linéarités se traduiront par une variation de la fréquence du quartz en fonction de l'amplitude, par un défaut de l'enveloppe de l'oscillation amortie théoriquement exponentielle, ou par une génération d'harmoniques.

Le présent travail est un préliminaire à l'étude des non linéarités propres au quartz et à la recherche d'un circuit électrique équivalent plus complet que le circuit linéaire généralement utilisé.

Nous distinguons quatre parties :

La première partie est consacrée à la réalisation d'un amplificateur à gain asservi. L'étude d'une variation de fréquence pendant un régime transitoire est rendue délicate par l'effet des variations d'amplitude simultanées sur les appareils de mesure (chaînes de multiplication et comparateurs de fréquence). Un tel amplificateur délivrera en réponse à un signal d'amplitude variable, un signal de même fréquence instantanée et d'amplitude constante.

Dans la deuxième partie nous réaliserons une étude théorique et expérimentale des régimes transitoires des oscillateurs à quartz lors de leur démarrage.

Dans la troisième partie nous étudierons le régime transitoire produit par la séparation du quartz de son dispositif d'entretien. Une étude de l'oscillation libre, ainsi créée, nous permettra par une méthode rapide d'intégration de déterminer le coefficient de surtension du quartz.

Dans la quatrième partie nous aborderons l'étude proprement dite des non linéarités du quartz, en mettant en évidence un défaut d'isochronisme lors de l'oscillation libre.

I - AMPLIFICATEUR A GAIN ASSERVI

Le but d'un tel amplificateur est de permettre l'observation des variations de fréquence d'un signal dont l'amplitude est soit perturbée par des phénomènes quelconques, soit une fonction monotone du temps. Il doit donc fournir en réponse à un signal d'amplitude variable, un signal de même fréquence d'amplitude et de phase aussi constantes que possible. Nous avons surtout pensé, en définissant ses caractéristiques de construction, à l'étude de la relation amplitude fréquence d'un quartz lors de son oscillation libre. Il restera donc parfaitement utilisable pour l'étude du régime transitoire d'un oscillateur lors de son démarrage.

Cet amplificateur est rendu nécessaire par le fait que de telles variations de fréquences sont faibles ($< 10^{-5}$) donc leur mesure nécessite l'utilisation de méthodes de multiplication préalables de fréquences et de battements par des multiplicateurs et des comparateurs sensibles aux fluctuations de leurs niveaux d'entrée.

De plus la stabilité de phase de l'amplificateur sera importante car toute variation de la phase en fonction du temps, donc de l'amplitude de la tension d'entrée apparaitra par sa dérivée comme une variation de fréquence qui viendra se superposer aux valeurs mesurées.

1°/ - Principe et réalisation

Cet amplificateur comprend un chaine directe d'amplification à circuits accordés, une chaine de commande élaborant la tension de commande du gain à partir d'un signal d'erreur qui est obtenu après détection du signal de

sortie, par comparaison avec une référence, et amplification) et d'une chaîne de correction en boucle ouverte de la phase. (Voir figure 1).

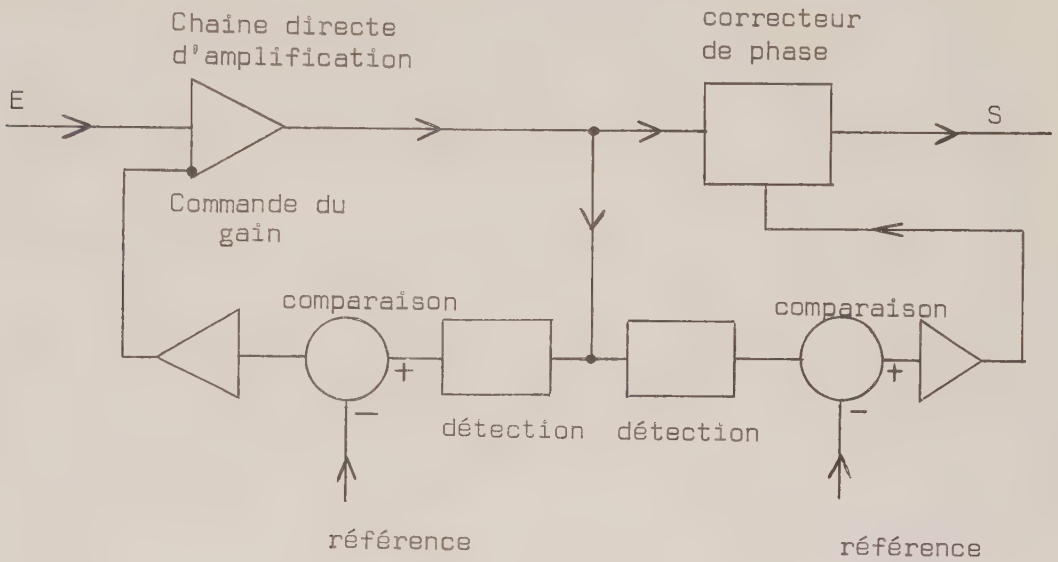


Figure 1

a) Chaîne directe

Elle comprend quatre étages accordés sur 100 KHz réalisés à l'aide de pentodes à pente variable EF 183 (le coefficient d'amplification d'une pentode à pente variable est une fonction de sa tension de polarisation grille). Le gain de chaque étage varie de 1 à 18 lorsque la polarisation varie de -15 v à 0 v, ce qui correspond théoriquement pour la même variation de polarisation à une variation totale de gain de 1 à 100 000. L'isolement et les impédances d'entrée et de sortie sont réalisées à l'aide d'étages Darlington.

Par les caractéristiques des pentodes utilisées cet amplificateur est logarithmique. La tension de sortie est proportionnelle au logarithme de la tension d'entrée.

b) Chaîne de commande

Le signal de sortie amplifié est détecté et après adaptation comparé à une tension de référence fournie par la tension de coude d'une diode Zener. Un signal d'erreur ainsi élaboré est appliqué aux grilles des quatre étages de la chaine directe. Nous avons cherché à avoir une variation de polarisation de -15 v à 0 v pour une variation du signal de sortie de 20 % , ce qui signifie que pour une variation du niveau d'entrée de 1 v à 10 µv , le niveau de sortie variera théoriquement de 1 v à 0,8 v.

c) Correcteur de phase

L'amplificateur possède une certaine variation de phase en fonction du gain comme nous le verrons plus loin. Une correction partielle de ce déphasage est réalisée à l'aide d'un réseau déphaseur RC comprenant des résistances VDR , commandées par le gain de l'amplificateur (résistances VDR : résistances dont la valeur est une fonction de la tension continue appliquée aux bornes). Cette correction se fait en boucle ouverte et n'améliore le déphasage que dans un rapport de 20 %.

d) Amplificateur auxiliaire

Un amplificateur auxiliaire de gain variable de 1 à 100 par décades ou progressivement et un atténuateur de 1 à 1/100 permettent de ramener les tensions d'entrée ou de sortie à un niveau convenable pour l'amplificateur ou pour les autres appareils utilisés.

Les schémas complets de l'amplificateur à gain asservi et de l'amplificateur auxiliaire sont donnés par la figure 2.

2°/ - Caractéristiques

Nous avons tracé sur la figure 3 la variation de la tension de sortie en fonction de la tension d'entrée en utilisant une échelle logarithmique pour cette dernière. La courbe de gain étant linéaire nous vérifions ainsi que l'amplificateur est logarithmique.

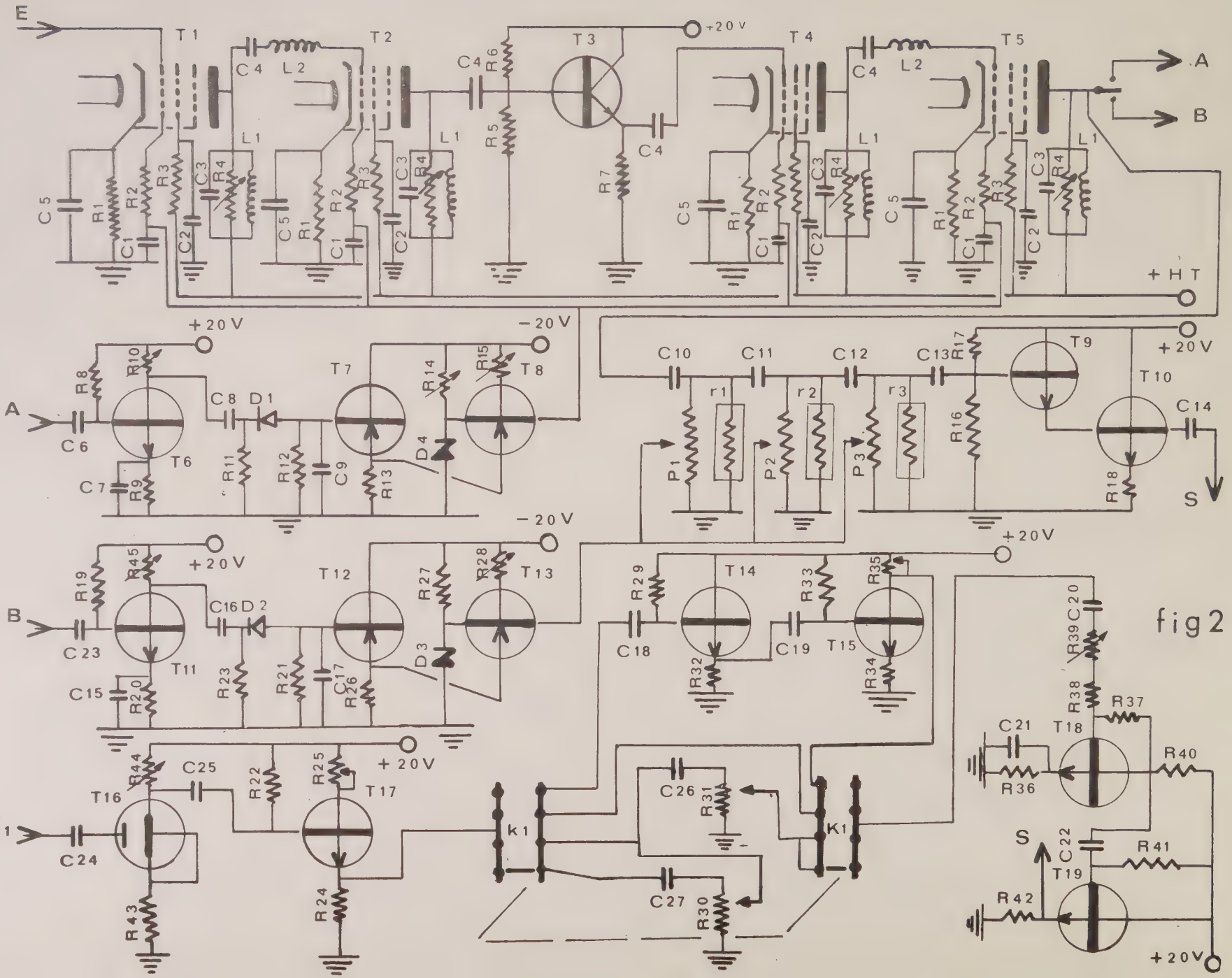

E
T1
T2
T3
T4
T5
+20 V
A
B
+ H T
C4
L2
L1
C5
R1
R2
R3
C3
R4
C1
C2
R5
R6
R7
+20 V
−20 V
T6
T7
T8
C6
C7
C8
D1
D4
R8
R9
R10
R11
R12
R13
R14
R15
C9
T9
T10
C10
C11
C12
C13
C14
r1
r2
r3
P1
P2
P3
R16
R17
R18
S
T11
T12
T13
C23
C15
C16
D2
D3
R19
R20
R21
R23
R26
R27
R28
C17
T14
T15
C18
C19
R29
R32
R33
R34
R35
T16
T17
E1
C24
C25
R22
R24
R25
R43
R44
k1
K1
C26
C27
R30
R31
T18
T19
C20
C21
C22
R36
R37
R38
R39
R40
R41
R42
+20V

fig2

R_1 : 820 Ω
R_2 : 580 KΩ
R_3 : 47 KΩ
R_4 : potentiomètre 200 KΩ
R_5 : 2,2 MΩ
R_6 : 470 KΩ
R_7 : 10 KΩ
R_8 : 680 KΩ
R_9 : potentiomètre 5 KΩ
R_{10} : potentiomètre 4700Ω
R_{11} : 82 KΩ
R_{12} : 1 MΩ
R_{13} : 270 Ω
R_{14} : potentiomètre 1 MΩ
R_{15} : potentiomètre 500 KΩ
R_{16} : 2,2 MΩ
R_{17} : 1 M Ω
R_{18} : 1500 Ω
R_{19} 680 KΩ
R_{20} : 5 KΩ
R_{21} : 1 MΩ
R_{22} : 1,2 MΩ
R_{23} 82 KΩ

R_{24} : 10 KΩ
R_{25} : 1000 Ω
R_{26} : 270 Ω
R_{27} : 1 MΩ
R_{28} : potentiomètre 500 KΩ
R_{29} : 1,2 MΩ
R_{30} : potentiomètre 20 KΩ
R_{31} : potentiomètre 20 KΩ
R_{32} : 10 KΩ
R_{33} : 480 KΩ
R_{34} : 1,2 KΩ
R_{35} : potentiomètre 10 KΩ
R_{36} : 2,2 KΩ
R_{37} : 47 KΩ
R_{38} : 3,3 KΩ
R_{39} : potentiomètre 47 KΩ
R_{40} : 4,7 KΩ
R_{41} : 1 MΩ
R_{42} : 1,5 KΩ
R_{43} : 4,7 KΩ
R_{44} : potentiomètre 47 KΩ
R_{45} : potentiomètre 4,7 KΩ

r_1 : VDR . DDP 220
r_2 : VDR . DDP 215
r_3 : VDR . DDP 220

C_1 : 22 000 pF
C_2 : 33 000 pF
C_3 : 500 pF
C_4 : 1 µF
C_5 : 5 µF
C_6 : 1 µF
C_7 : 5 µF
C_8 , C_9 : 1 µF

C_{10} : 3 300 pF
C_{11} : 1 500 pF
C_{12} : 3 300 pF
C_{13} , C_{14} : 1 µF
C_{15} : 5 µF
C_{16}, C_{17}, C_{18}, C_{19}, C_{20} : 1 µF
C_{21} : 5 µF
C_{22}, C_{23}, C_{24}, C_{25}, C_{26}, C_{27} : 1 µF

L_1 : 5 mA

L_2 : inductance d'arrêt en ferrite

T_1, T_2, T_4, T_5 : pentodes EF 183
T_3 : 2N 699
T_6 : 2N 736 B
T_7, T_8 : 2N 527
T_9 : 2N 736 B
T_{10} : 2N 699
T_{11} : 2N 736 B

T_{12} , T_{13} : 2N 527
T_{14} : 2N 1890
T_{15} : 2N 736 B
T_{16} : SFT 603
T_{17}, T_{18} : 2N 1890
T_{19} : 2N 699

D_1 : OA 5
D_2 : OA 5
D_3 : BZY 59
D_4 : BZY 58

L'atténuation de la tension de sortie reste inférieure à 4,5 dB pour une atténuation de la tension d'entrée de 86 dB dans la plage 150 µv - 3 v. Pour une tension d'entrée inférieure à 150 µv le gain chute rapidement car nous sortons alors des possibilités d'action du circuit de commande.

Bien que réalisé à l'aide de circuits accordés, l'amplificateur n'est pas très sélectif puisque toute atténuation du gain en fonction de la fréquence est automatiquement compensée par l'asservissement. La bande passante est cependant fonction du gain. La figure 3 nous montre que la bande passante à 0,6 dB est de 100 KHz pour un gain de 1,5 et de 70 KHz pour un gain de 1500. Définir la bande passante à 3 dB est sans signification car au delà d'une atténuation de 0,6 dB des distorsions apparaissent. Ces distorsions sont dues à des générations d'harmoniques.

Remarque :

Les chaines de multiplications branchées sur la sortie de l'amplificateur, dans le cas où leur entrée se fait par un transformateur, ont une répercussion génante du fait de leur très faible impédance. Il s'est donc avéré nécessaire d'intercaler un étage séparateur constitué d'un amplificateur sélectif à transistor tel que son circuit oscillant en parallèle sur le transformateur d'entrée de la chaine soit accordé sur 100 KHz. Le schéma de cet étage séparateur est donné par la figure 4.

Figure 4

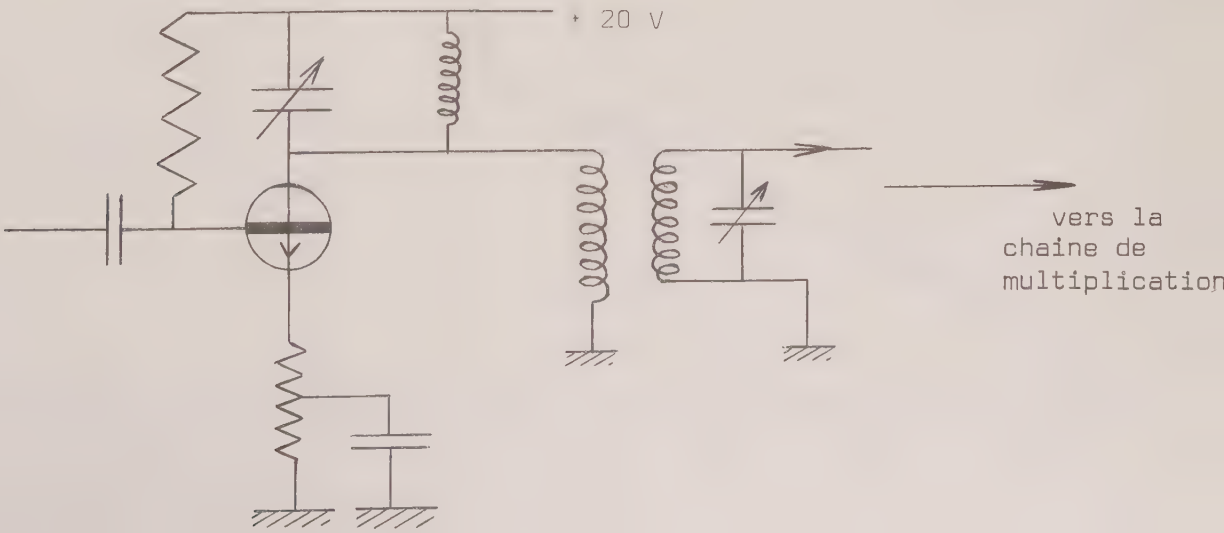
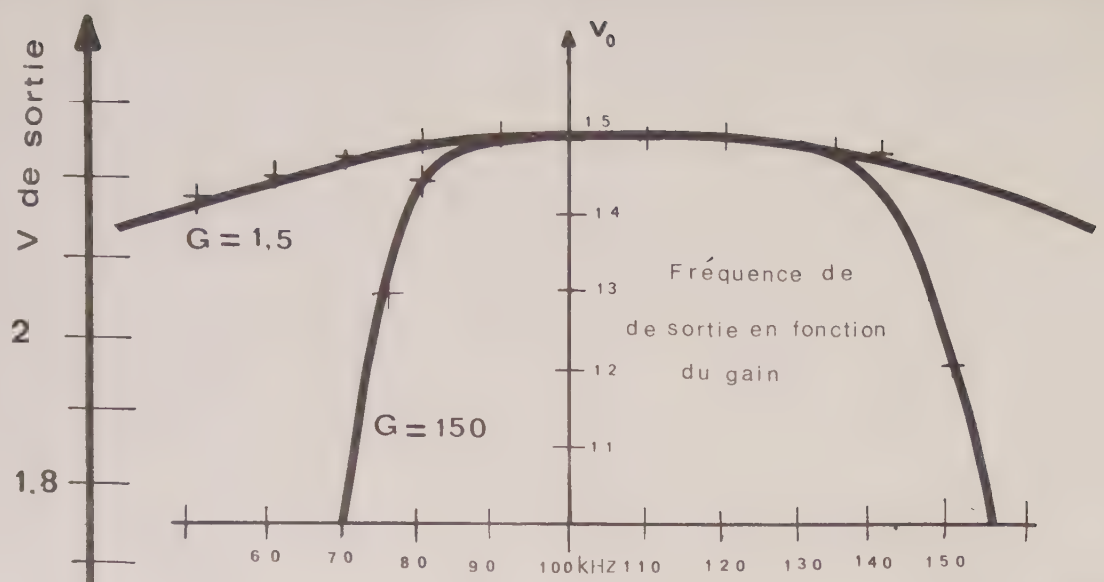


fig 3



V de sortie

2

1.8

1,5

1,2

0,9

0,6

0,3

0

Tension de sortie en fonction de la tension d'entrée

V d'entrée

10µv 100µv 1mv 10mv 100mv 1v 5v

3°/ - Stabilité de phase de l'amplificateur

a) Ainsi que nous l'avons déjà signalé cet amplificateur devant être utilisé pour des mesures de fréquence, il est nécessaire de connaitre les variations de sa phase en fonction de son gain. En effet, si sa phase est une fonction $\Phi(G)$ du gain, le gain étant lui-même lié au temps par la loi de variation de l'amplitude, elle sera finalement une fonction $\psi(t)$ du temps et sa dérivée apparaitra sous forme d'une fréquence fonction du temps $f(t) = \frac{1}{2\Pi} \frac{d\psi(t)}{dt}$

Dans le cas d'oscillation libre d'équation $V=V_o e^{-t/\tau} \sin \omega_o t$, le gain est lié au temps par la relation :

$$G = \frac{-k\, t/_\tau + k'}{V_o e^{-t/\tau}}$$

K et k':constantes ayant la dimension d'une tension.

La variation de la phase de l'amplificateur en fonction de la tension d'entrée est représentée sur la figure 5. Remarquons qu'elle reste inférieure à 2° pour une variation de la tension d'entrée de 3 v à 500 µv , puis elle croit rapidement pour des amplitudes inférieures (nous avons utilisé une échelle logarithmique népérienne en abscisse).

b) L'erreur instantanée de fréquence due au déphasage de l'amplificateur étant fonction de la vitesse de variation du gain, d'où de l'amplitude, nous avons tracé un réseau de courbe , correspondant au cas particulier de l'oscillation libre d'un quartz, donc à une loi d'amplitude exponentielle, permettant de déterminer les conditions correctes d'utilisation de l'amplificateur. Ce réseau donnant les variations de la fréquence en fonction du temps, est donné par la figure 6. Les courbes tracées correspondent à différentes valeurs du coefficient de qualité du quartz utilisé.

La variation relative de fréquence (relative à une fréquence de 100 KHz) est portée en ordonnée, le temps en abscisse.

Ce réseau est déduit de la figure 5 (nous donnant $f = f(\log_e V_e)$ par $\Delta f = \frac{1}{2\Pi} \frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{360} \frac{d\phi}{dt}$ avec ϕ en degrés

Dans le cas de l'oscillation libre d'un quartz nous pouvons écrire :

$$V_e = V_o \; e^{-t/\tau}$$

V_o : amplitude initiale

$\frac{1}{\tau}$: décrement logarithmique

d'où $\log_e V_e = \log_e V_o - \frac{t}{\tau}$

et $d \log_e V_e = - \frac{dt}{\tau}$ soit $\Delta f = - \frac{1}{360} \frac{d\phi}{\tau d \log_e V_e}$

avec $\frac{1}{\tau} = \frac{R}{2L} = \frac{\Pi f_o}{Q}$

d'où $\frac{\Delta f}{f} = - \frac{1}{360} \frac{\Pi}{Q} \frac{d\phi}{d \log_e V_e}$

La transposition tension-- temps de l'échelle des abscisses est donnée par :

$$t = - \frac{Q}{\Pi f_o} (\log_e V_o - \log_e V_e)$$

R résistance série du quartz et L inductance

f_o fréquence de résonance

Q coefficient de qualité

V_o étant exprimé en µv et égal à 10^6 µv

Nous pouvons constater que pour un quartz de très bonne qualité ($Q = 10^6$) l'erreur reste inférieure à 10^{-8} pour un temps d'observation de plus de 25 s. Par contre dans le cas d'un quartz moyen ($Q = 10^5$) elle atteind 10^{-7} en deux ou trois secondes. L'utilisation de l'amplificateur sera limitée aux quartz de coefficients de qualité au moins égaux à 50 000.

fig 5

Déphasage en fonction de la tension d'entrée

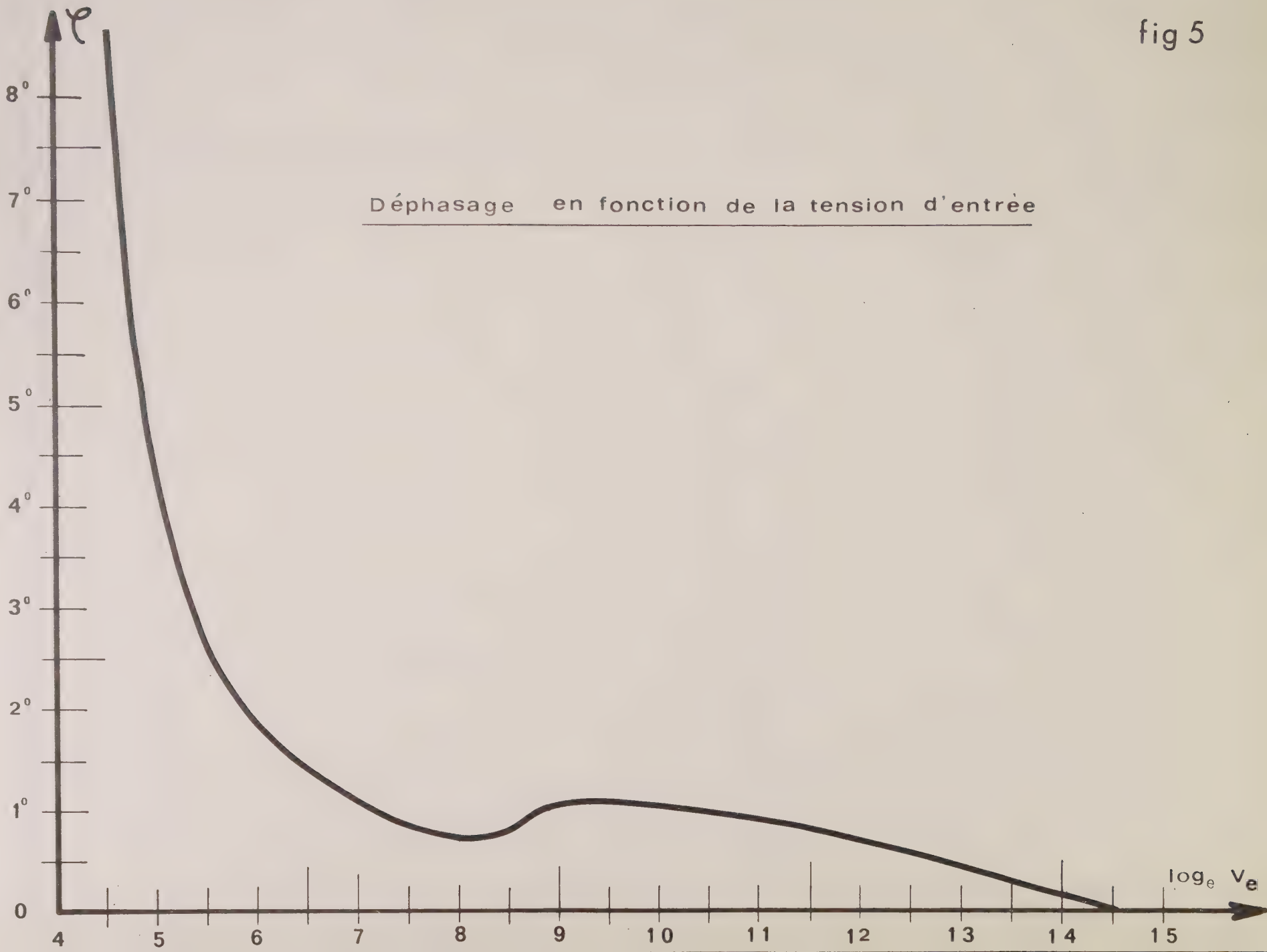
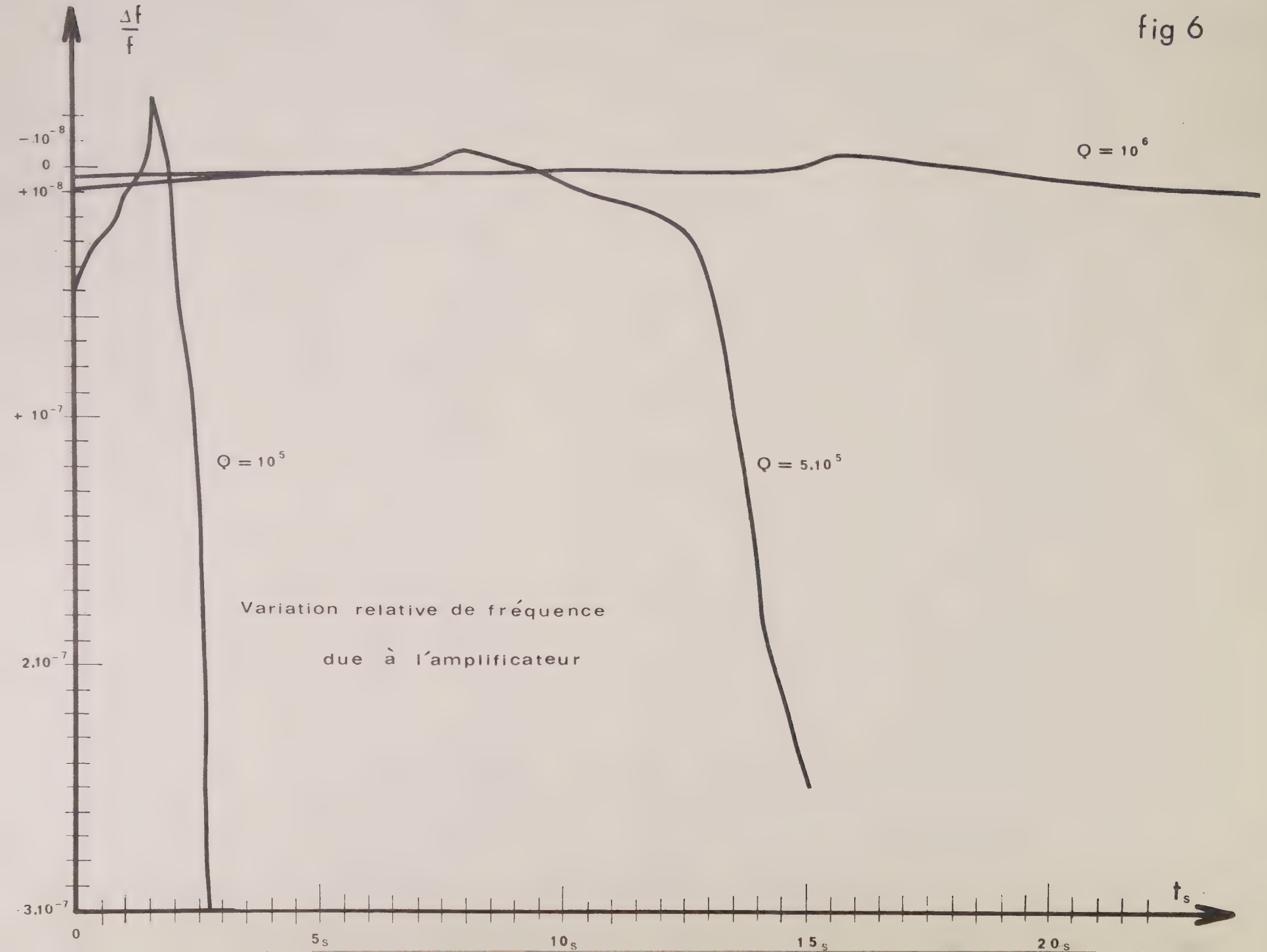


fig 6


$\frac{\Delta f}{f}$
-10^{-8}
0
$+10^{-8}$
$+10^{-7}$
2.10^{-7}
-3.10^{-7}
$Q = 10^6$
$Q = 10^5$
$Q = 5.10^5$
Variation relative de fréquence
due à l'amplificateur
t_s
0
5s
10s
15s
20s

4°/ - Essai de l'amplificateur

Afin de tester l'amplificateur nous avons enregistré la variation de phase d'un potentiomètre bobiné en fonction de la position de son curseur, en l'entrainant à vitesse constante par un moteur (voir figure 7). A cette variation de phase correspond une variation de fréquence qui déduite de la figure 7 est donnée par la figure 8 (l'échelle de fréquence en ordonnée sur cette figure est dilatée dans un rapport de 450).

Nous avons d'autre part enregistré expérimentalement cette variation de fréquence en utilisant le montage suivant (figure 9). Une fréquence de référence de 100 KHz est déphasée par le potentiomètre et envoyée par l'intermédiaire de l'amplificateur à gain asservi sur un ensemble de multiplication. La même référence portée à 45 MHz est comparée, et nous observons un battement à 100 Hz + 450 $(\frac{1}{2\Pi}\frac{d\phi}{dt})$ qui détecté nous donnera la variation

$$\Delta f = 450\ \frac{1}{2\Pi}\ \frac{d\phi}{dt}$$

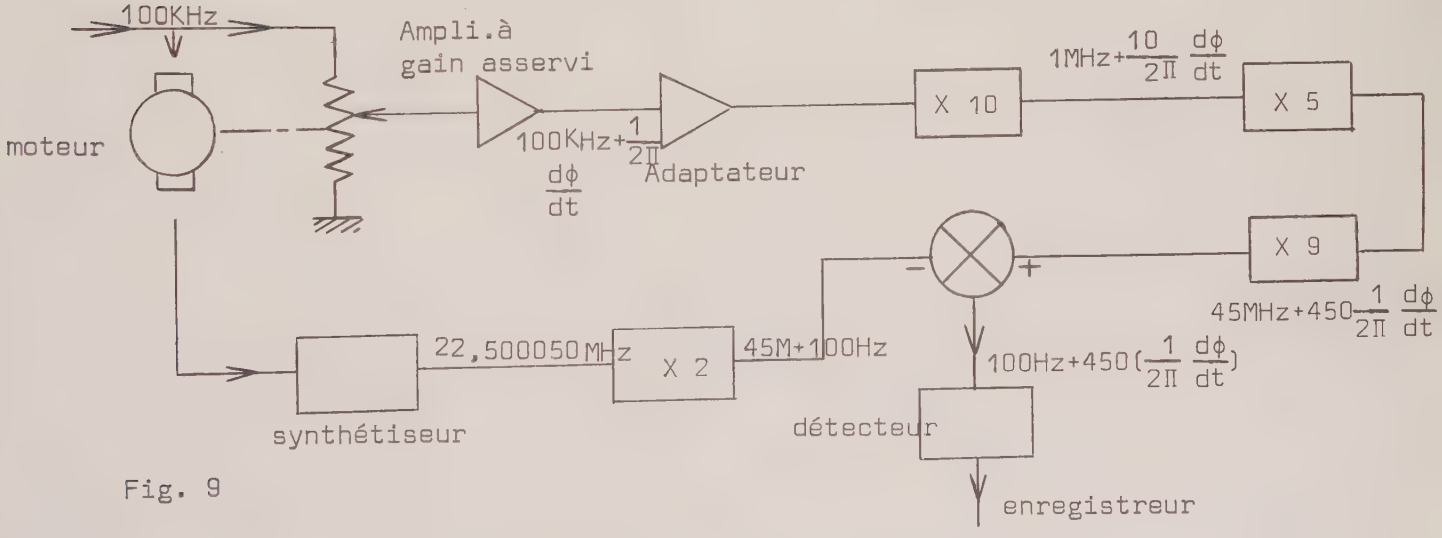


Fig. 9

Les valeurs obtenues ont été portées par points sur le graphique précédent (figure 8). Nous pouvons constater une légère dispersion des points due aux constantes de temps de l'enregistreur et aux erreurs de dépouillement. Cependant nous voyons que les deux résultats sont en bonne concordance.

fig 7

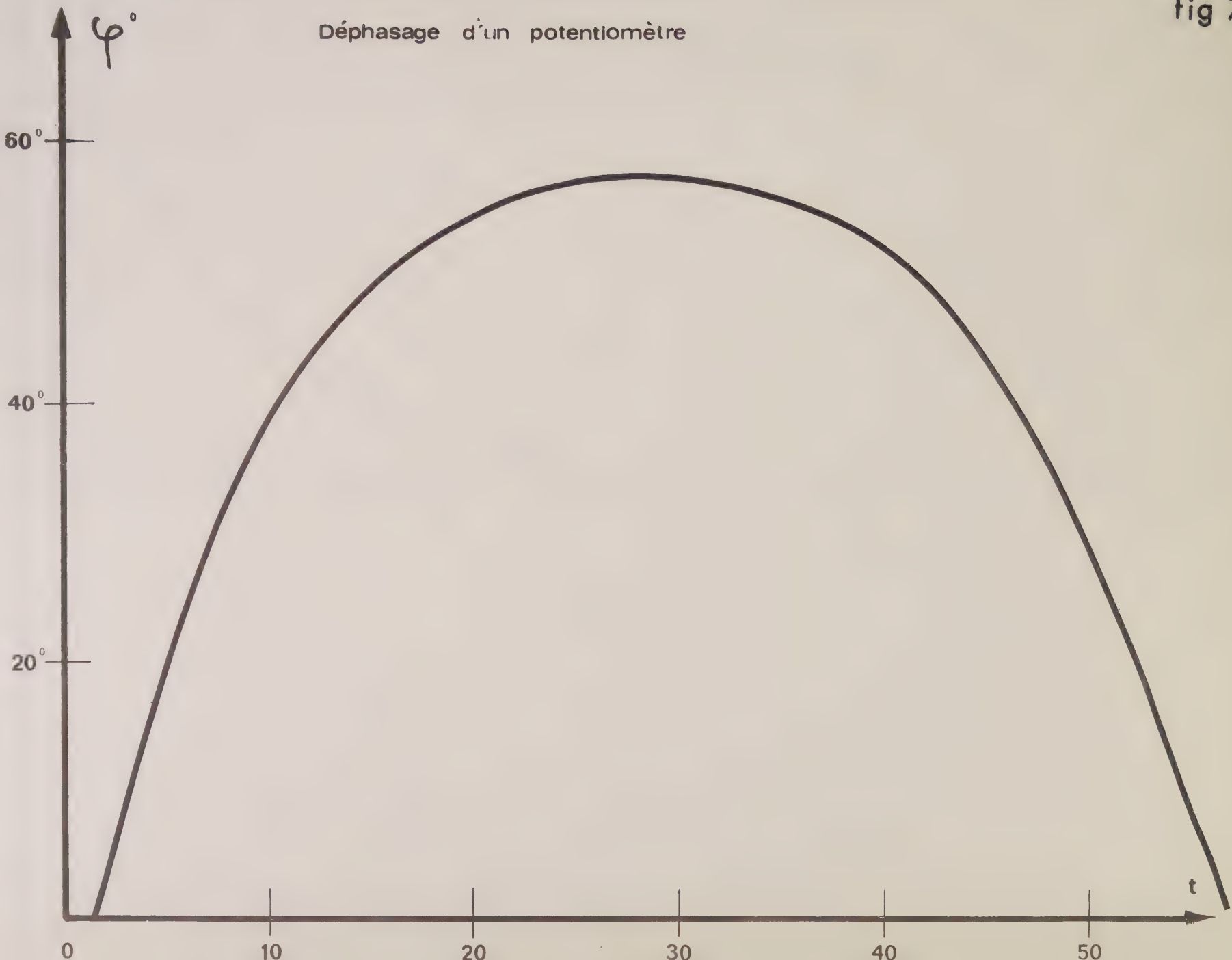
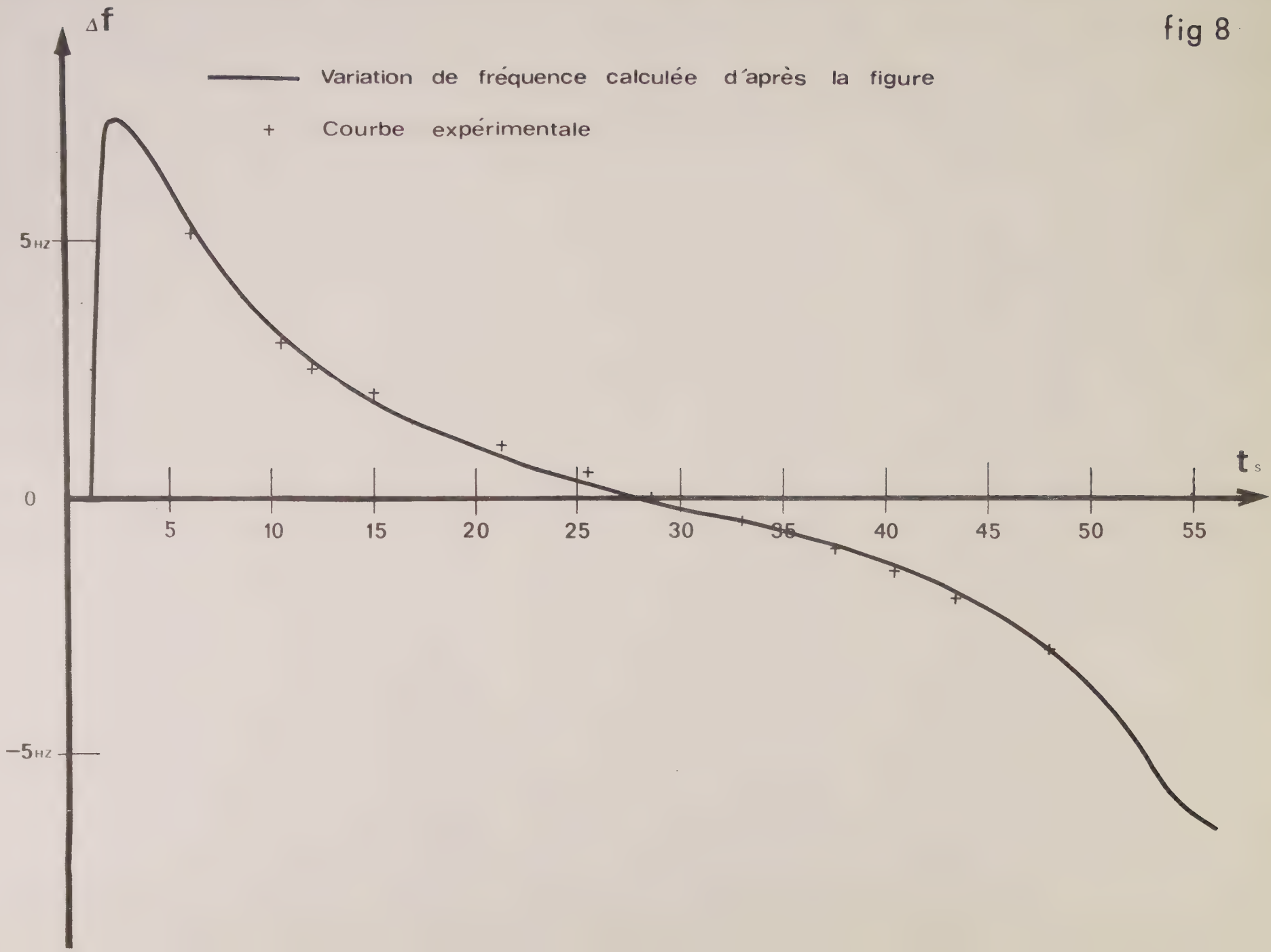


fig 8


Δf
Variation de fréquence calculée d'après la figure
+ Courbe expérimentale
5 HZ
0
−5 HZ
t s
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50
55

5°/ - Conclusion

L'amplificateur est parfaitement utilisable à condition que les régimes transitoires ne soient pas trop rapides, dans le cas où les variations de fréquence à mesurer sont faibles (devant celles entrainées par l'amplificateur) ou à condition qu'elles soient grandes dans le cas où les régimes transitoires sont rapides.

Dans le cas particulier des oscillations libres d'un quartz, en appelant $\Delta f/f$ la variation relative de fréquence maxima entrainée par l'amplificateur au voisinage de l'instant initial de l'oscillation (instant où la vitesse de variation d'amplitude est la plus grande, donc l'erreur de fréquence due à l'amplificateur) et Q le coefficient de qualité du quartz étudié, le produit $P = \Delta f.Q$ est constant et égal à 5.10^{-3} . Nous pouvons considérer ce produit comme étant représentatif des possibilités de l'amplificateur. Un produit identique peut être défini pour les éléments à étudier : produit de l'écart de fréquence du au défaut d'isochronisme par le coefficient de qualité du quartz.

Une précision de 10 % dans nos mesuresréclamant un rapport de 10 entre le produit P du à l'amplificateur et celui correspondant au quartz; nous voyons que P pour le quartz doit être au moins de 5.10^{-2}.

Cette condition sera remplie dans les études de régimes transitoires et de non linéarités que nous nous proposons de réaliser dans la suite de ce travail.

SYMBOLES ET CONSTANTES DU CHAPITRE II

1°/ - Oscillateur Butler

ip_1 , ip_2 : courants plaques des triodes de l'oscillateur

i : courant dans le quartz

i_1 : courant dans la capacité entre électrodes

i_2 : courant dans la branche motionnelle

v : tension aux bornes du quartz

E_1 et E_2 : tensions cathodes - masse

E_3 : tension plaque - masse du tube 2

R_1 et R_2 : résistances de cathodes

R : résistance équivalente du circuit plaque

C_o : capacité entre électrodes du quartz

γ , ℓ , r : éléments motionnels du quartz

ρ , μ : résistance interne et coefficient d'amplification des tubes utilisés

G : gain du tube 2

Constantes

$a = 1 + 3k\ Vg_o^2$ k :constante en $\frac{1}{V^2}$

$b = 3k\ Vg_o$

$c = k$

$$G = \frac{\mu 2 + 1}{\rho_2 + R} \cdot R$$

$$A = \frac{\rho_1}{\mu_1 R_1} + a + \frac{1}{\mu_1} + \frac{\rho_1}{\mu_1 R_2} + \frac{\rho_1 G}{\mu_1 R} - a\,G$$

$$B = \frac{\rho_1}{\mu_1 R_2} + \frac{\rho_1 G}{\mu_1 R} - a\,G$$

$$n = \frac{1}{R_2} + \frac{G}{R}$$

$$\varepsilon = \frac{r}{\ell}$$

$$\omega_o^2 = \frac{1}{\ell\gamma}$$

$$p = AG - B\,(G - 1)$$

$$q = A\,(G-1) + B\,G$$

$$M = (G-1)^2 + G^2$$

2°/ - Oscillateur Miller

L , R , C : éléments du circuit plaque

Γ : capacité grille plaque de la pentode

R_1 : résistance de grille

C_o : capacité parallèle du quartz

ℓ , γ , r : éléments motionnels

i_a : courant plaque

i_1 : courant dans la self de plaque

i_2 : courant dans la capacité de plaque

i_3 : courant dans la capacité grille - plaque

i_4 : courant dans la résistance de grille

i_5 : courant dans la capacité parallèle du quartz

i_6 : courant dans la branche motionnelle du quartz

V_g : tension aux bornes du quartz

V_a : tension plaque

s : pente de la pentode

$\frac{1}{3V_s^2}$: coefficient non linéaire de la caractéristique

$$\varepsilon = \frac{r}{\ell}$$

$$\omega_o^2 = \frac{1}{\ell\gamma} \qquad \omega_1^2 = \frac{1}{L(C+\Gamma)} \qquad \omega_2^2 = \frac{1}{L(C_o+\Gamma)} \qquad \lambda = \frac{\Gamma}{C_o+\Gamma}$$

II - ETUDE DES REGIMES TRANSITOIRES DANS LES OSCILLATEURS A QUARTZ

Nous nous proposons d'étudier les régimes transitoires d'amplitude et de fréquence dans les oscillateurs du type Butler et Miller, lors du démarrage de ces oscillateurs. Comme dans toute étude de régimes transitoires il est indispensable de tenir compte des non linéarités des différents éléments, celles des tubes électroniques, étant ici prépondérantes. Remarquons que les solutions seront assez semblables à celles d'un oscillateur classique, du type Van der Pol par exemple, mais transposées dans une autre échelle des temps du fait des valeurs élevées des inerties du quartz. (Une solution du type Van der Pol est donnée page 15 par les figures 10 et 11). Les résolutions devant se faire sur un calculateur analogique, il y aura incompatibilité, entre les constantes de temps des régimes transitoires et les périodes propres des oscillations, le rapport entre les deux étant de l'ordre de 10^6.

Un choix doit être fait, ou étudier les régimes transitoires en ne sortant du calculateur que l'enveloppe des oscillations, ou étudier l'oscillation seule, ce qui se ramenera à une observation des distorsions.

Notre étude portant sur les régimes transitoires, nous ne nous intéresserons qu'à l'enveloppe. Ceci en supposant que les solutions sont sinusoïdales, et en appliquant la théorie générale de la synchronisation de Jules HAAG. Théorie dont le grand avantage sera de nous donner simultanément les variations d'amplitude et de fréquence.

Cette théorie n'est applicable que dans le cas où les fonctions d'amplitude et de phase sont à variation lente devant la période propre des oscillations, ce qui est ici réalisé puisque le rapport est de l'ordre de 10^6.

Le schéma équivalent du quartz que nous utiliserons dans nos calculs est le schéma généralement employé, donné par la figure 12, et mettant en évidence la capacité C_o entre électrodes du quartz et les éléments motionnels, issus d'une équivalence électromécanique, soient ℓ , γ , r . respectivement l'inductance, la capacité et la résistance.

REGIME TRANSITOIRE D'UN OSCILLATEUR CLASSIQUE DU TYPE VAN DER POL

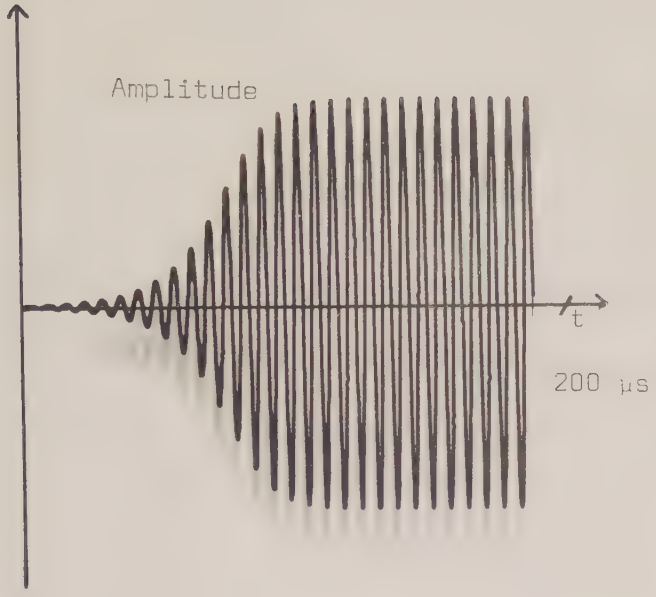


FIGURE 10

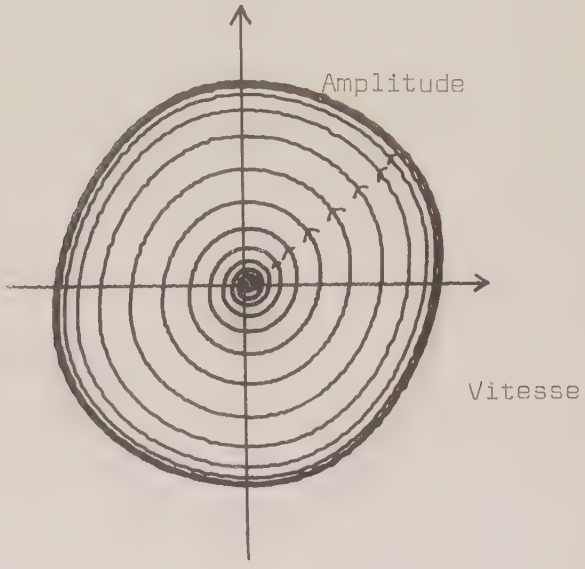


FIGURE 11

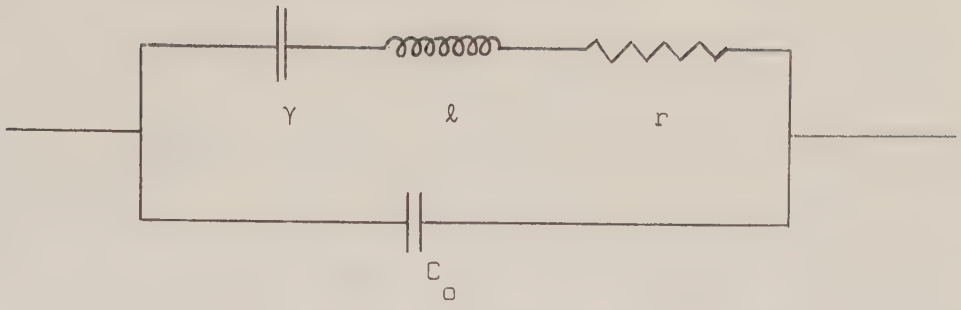
Ces figures correspondent à l'équation suivante :

$$0{,}867\ y'' - 0{,}128\ y' + y^2\ y' + y = 0$$

Cette équation a été mise en forme par un changement d'échelle des temps dans un rapport 10^5. Elle correspond au cas d'un oscillateur à lampe triode oscillant à une fréquence égale à 171 KHz.

Nous voyons que le temps d établissement du régime permanent est très petit puisque égal à 100 µs.

Figure 12



Cette représentation étant une représentation linéaire, dans la suite de nos calculs les non linéarités mises en évidence seront celles propres à l'oscillateur (les non linéarités du quartz, ainsi que nous le verrons plus loin sont généralement négligeables devant celles de l'oscillateur).

1°/ - Oscillateur Butler

a) Une représentation non linéaire de la caractéristique dynamique de grille d'une triode peut être réalisée avec un polynôme du troisième degré.

L'équation générale de la triode s'écrit dans ce cas :

$$\rho I_p = \mu (V_g + k V_g^3) + V_p$$

soit :

$$i_p + i_{po} = \frac{\mu}{\rho+R} \{(V_g+V_{go}) + k (V_g+V_{go})^3\} + V_{po}$$

où R est la résistance de charge et V_{po} la tension d'alimentation.

soit :

$$i_p = \frac{\mu}{\rho+R} V_g \{ 1+3k V_{go} V_g + k V_g^2 + 3k V_{go}^2 \}$$

V_{go} est lié à V_{po} par la relation suivante où R_k est la résistance de cathode

$$V_{go} \{ \frac{\mu}{\rho+R} (1+k V_{go}^2) + \frac{1}{R_k} \} + \frac{V_{po}}{\rho+R} = 0$$

b) L'oscillateur Butler est schématisé sur la figure 13 où le quartz est remplacé par son schéma équivalent.

Le schéma complet de l'oscillateur Butler utilisé est donné en annexe.

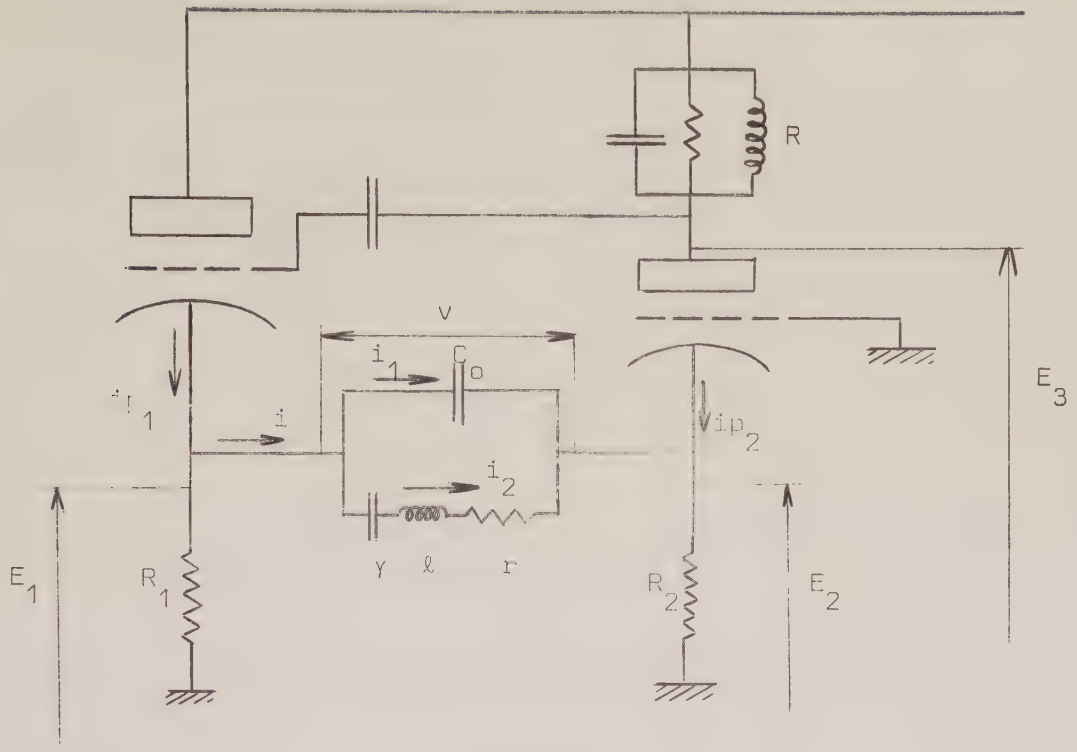


Figure 13

Remarquons que la tension E_2 est faible devant la tension E_3 , le tube (2) fonctionnant en amplificateur, nous pouvons donc considérer que ce tube travaille dans la partie linéaire de ses caractéristiques. Par contre le tube (1) ayant une tension grille élevée, nous tiendrons compte de ses non linéarités.

Ecrivons : pour le tube (2)

$$\rho_2 \, i_{p2} = \mu_2 \, V_{g2} + V_{p2} \qquad \text{avec} \quad V_{g2} = - E_2$$

$$V_{p2} = -R i_{p2} - E_2$$

Nous considérons que le circuit oscillant de plaque est équivalent à une résistance R

$$i_{p2} = - \frac{(\mu_2+1) \, R}{\rho_2 + R} \, E_2$$

et posons :

$$G = \frac{\mu_2 + 1}{\rho_2 + R} R$$

$$E_3 = \left(\frac{\mu_2 + 1}{\rho_2 + R} \right) R \, E_2$$

soient :

(1) $$i_{p2} = -\frac{G}{R} E_2$$

(2) $$E_3 = G E_2$$

pour le tube 1

$$\rho_1 i_{p1} = \mu_1 \{aV_{g1} + bV_{g1}^2 + cV_{g1}^3\} + V_{p1}$$

avec $a = 1 + 3 k V_{go}^2$

$b = 3 k V_{go}$

$c = k$

$V_{g1} = GE_2 - E_1$

$V_{p1} = - E_1$

d'où $$i_{p1} = \frac{\mu_1}{\rho_1} \{ a(GE_2 - E_1) + b(GE_2 - E_1)^2 + c(GE_2 - E_1)^3 \} - \frac{E_1}{\rho_1}$$

de plus :

$$E_1 = R_1 (i_{p1} - i)$$
$$E_2 = R_2 (i_{p2} + i)$$
$$\frac{E_1}{R_1} - i_{p1} + \frac{E_2}{R_2} - i_{p2} = 0$$

nous obtenons la relation :

(3) $$E_1 \{ \frac{\rho_1}{\mu_1 R_1} + a + \frac{1}{\mu_1} \} + E_2 \{ \frac{\rho_1}{\mu_1 R_2} + \frac{\rho_1 G}{\mu_1 R} - aG \} = (GE_2 - E_1)^2 \{ b + c(GE_2 - E_1) \}$$

posons : $v = E_1 - E_2$

et $$A = \frac{\rho_1}{\mu_1 R_1} + a + \frac{1}{\mu_1} + \frac{\rho_1}{\mu_1 R_2} + \frac{\rho_1 G}{\mu_1 R} - aG$$

et $$B = \frac{\rho_1}{\mu_1 R_2} + \frac{\rho_1 G}{\mu_1 R} - aG$$ d'où l'équation

(4) $$AE_1 - Bv = \{(G-1) E_1 - Gv\}^2 \{ b + c \{(G-1) E_1 - Gv\} \}$$

Pour éliminer cette fonction implicite faisons le changement de variables.

$$E_1 = \xi \cos \theta - \zeta \sin \theta$$
$$v = \xi \sin \theta + \zeta \cos \theta$$ avec $\operatorname{tg} \theta = \frac{G-1}{G}$

(5) $\xi\,(A\cos\theta - B\sin\theta) - \zeta\,(A\sin\theta + B\cos\theta) = \zeta^2\,\{(G-1)\sin\theta+G\cos\theta\}^2$

$\{b-c\,\zeta\,[(G-1)\sin\theta + G\cos\theta)\}$

posons :

$$x = \frac{\xi\cos\theta}{G} \qquad y = \zeta\,\frac{\cos\theta}{G}$$

(6) $x\{AG-B(G-1)\}-y\{A(G-1)+BG\} = y^2\{(G-1)^2+G^2\}^2\,\{b-cy\,(G-1)^2+G^2\}$

soit avec :

$$p = AG - B\,(G-1)$$
$$q = A\,(G-1) + BG$$
$$M = (G-1)^2 + G^2$$

(7) $px = qy + bM^2\,y^2 - cM^3\,y^3$

Inversement nous pouvons exprimer v en fonction de y.

(7 bis) $v = y\,G\,\{A + \frac{q}{p}\,\mathrm{tg}\,\theta + \frac{bM^2}{p}\,\mathrm{tg}\,\theta\,y - \frac{cM^3}{p}\,\mathrm{tg}\,\theta\,y^2\}$

D'autre part les équations concernant le quartz s'écrivent :

$$v = E_1 - E_2 = \frac{1}{C_o}\int i_1\,dt = \ell\,i'_2 + ri_2 + \frac{1}{\gamma}\int i_2\,dt$$
$$i = i_1 + i_2$$

$$E_2 = R_2\,(i + ip_2)$$

$$i_{p2} = -\frac{G_2}{R}\,E_2$$

posons $n = \frac{1}{R_2} + \frac{G}{R}$ soit $i = nE_2$

Les équations dérivées sont :

(8)
$$v' = \ell i''_2 + ri'_2 + \frac{i_2}{\gamma}$$
$$v = E_1 - \frac{C_o v'}{n} - \frac{i_2}{n}$$

$v = \xi\sin\theta + \zeta\cos\theta$ entrainent $v = (G-1)\,x + Gy$

$E_1 = \xi\cos\theta - \zeta\sin\theta$ entrainent $E_1 = Gx - (G-1)\,y$

Equations qui associées à $px = qy + bM^2 y^2 - CM^3 y^3$ donneront en les portant dans (7) le système :

$$i''_2+\varepsilon i'_2+\omega_o^2 i_2=\frac{y'}{\ell p}\{pG+(G-1)q+2bM^2(G-1)y-3CM^3(G-1)y^2\}$$

(9)

$$y'\frac{Co}{n}\{(G-1)q+pG+2bM^2(G-1)y-3CM^3(G-1)y^2\}+y\{2pG-p-q-bM^2+CM^3y^2\}=-\frac{P}{n}i_2$$

avec $\varepsilon = \frac{r}{\ell}$ et $\omega_o^2 = \frac{1}{\ell\gamma}$ fréquence de résonance du quartz

et remarquons que $(G-1)\,q + pG = AM$

$$p(G-1) - qG = - BM$$

$$i''_2+\varepsilon i'_2+\omega_o 2i_2=\frac{y'}{\ell p}\{AM +2bM^2(G-1)\, y-3CM^3\,(G-1)\, y^2\}$$

(10)

$$y'\frac{Co}{n}\{AM+2bM^2(G-1)y-3CM^3(G-1)y^2\}+y\{(A-B)M-bM^2y+CM^3y^2\}=-\frac{P}{n}\,i_2$$

Supposons que les solutions sont des solutions sinusoïdales de pulsation ω_o et posons :

(11)
$$y = Y \cos(\omega_o t + \alpha)$$
$$i_2 = I \cos(\omega_o t + \psi)$$

où Y , I , α et ψ amplitudes et phases instantanées sont des fonctions lentement variables du temps, ce qui justifiera par la suite les approximations au premier ordre.

Dérivons les équations 11

nous obtenons pour le courant I

(12) $$I'_2=-\omega_o I \sin(\omega_o t + \psi)=I' \cos(\omega_o t + \psi)-I(\omega_o + \psi') \sin(\omega_o t+ \psi)$$

(13) $$I''_2 =-\omega_o I' \sin(\omega_o t+ \psi)- \omega_o I(\omega_o+ \psi') \cos(\omega t+ \psi)$$

et des relations identiques pour Y, d'où l'équation :

(14) $$\frac{dI}{dt}\cos(\omega_o t + \psi) = I\frac{d\psi}{dt}\sin(\omega_o t + \psi)$$

Portons dans le système 10 les équations (11) et (12), la quantité $i''_2 + \varepsilon i'_2+\omega_o^2 i_2$ peut s'exprimer en fonction de $\frac{dI}{dt}$ soit en fonction de $I\frac{d\psi}{dt}$ en utilisant la relation (14).

$$i''_2 + \varepsilon i'_2 + \omega_o^2 i_2 = -\omega_o I \frac{d\psi}{dt} \frac{1}{\cos(\omega_o t+\psi)} - \omega_o \varepsilon I \sin(\omega_o t + \psi)$$

$$= -\omega_o \frac{dI}{dt} \frac{1}{\sin(\omega_o t+\psi)} - \omega_o \varepsilon I \sin(\omega_o t + \psi)$$

ce qui nous conduira en faisant la moyenne des seconds membres sur une période, au système de deux équations :

(15)
$$\omega_o I \frac{d\psi}{dt} = \frac{\omega_o Y}{\ell p} \left\{\frac{AM}{2} - 3C \frac{(G-1)}{8} M^3 Y^2 \right\} \sin(\alpha - \psi)$$

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{\varepsilon I}{2} + \frac{Y}{\ell p} \left\{\frac{AM}{2} - 3c \frac{(G-1)M^3Y^2}{8}\right\} \cos(\alpha - \psi)$$

La deuxième équation du système (10) nous donnera par identification un système de deux équations qui associées aux précédentes forment le système final.

(16)

(16a)
$$I\frac{d\psi}{dt} = \frac{Y}{\ell p} \left\{\frac{AM}{2} - 3c \frac{(G-1)M^3Y^2}{8}\right\} \sin(\alpha - \psi)$$

(16b)
$$\frac{dI}{dt} = -\frac{\varepsilon I}{2} + \frac{Y}{\ell p} \left\{\frac{AM}{2} - 3c \frac{(G-1)M^3Y^2}{8}\right\} \cos(\alpha - \psi)$$

(16c)
$$Y\frac{d\alpha}{dt} \frac{C_o}{n} \left\{\frac{AM}{2} - \frac{3c}{8}(G-1)M^3Y^2\right\} = -\omega_o Y \frac{C_o}{n} \left\{\frac{AM}{2} - \frac{3c}{8}(G-1)M^3Y^2\right\} + \frac{P}{2n} I \sin(\alpha - \psi)$$

(16d)
$$\frac{dY}{dt} \frac{C_o}{n} \left\{\frac{AM}{2} - \frac{3}{8} c (G-1)M^3Y^2\right\} - Y\left\{\frac{M(A-B)}{2} + \frac{3}{8} cM^3Y^2\right\} - \frac{P}{2n} I\cos(\alpha - \psi)$$

La fréquence d'oscillation du quartz étant donnée par :

$$f = f_o + \frac{1}{2\Pi} \frac{d\psi}{dt}$$

Le régime permanent sera caractérisé par :

$$\frac{dI}{dt} = \frac{dY}{dt} = 0$$

Un calibrage des équations du système (16) nous montre que les premiers membres des équations (16c) et (16d) peuvent être négligées devant les seconds membres, les rapports de calibres entre les deux étant de l'ordre de 10^5

Le calculateur n'admet pas des rapports supérieurs à 300 ; valeur définie par la précision de base de cet appareil, qui est de 10^{-4}.

Les constantes de temps d'un oscillateur sans quartz sont de l'ordre de grandeur des périodes propres des oscillations (quelques dizaines de µs pour un oscillateur à 100 KHz). La présence du quartz les modifiera considérablement, car l'énergie cinétique mise en jeu dans ce cristal est très grande comparée à celle de l'oscillateur (l'inductance motionnelle peut varier de 50 H à 1500 H suivant le type de cristal utilisé). Les termes définissant le régime transitoire propres à l'oscillateur sont donc négligeables. Le système est donc commandé uniquement par l'équation (16b).

Posons également :

$$K(Y) = \frac{AM}{2} - \frac{3c}{8}(G-1)M^3Y^2$$

et $$L(Y) = M\frac{(A-B)}{2} + \frac{3}{8} CM^3Y^2$$

nous obtenons le système final :

$$I\frac{d\psi}{dt} = \frac{Y}{\ell p} \cdot K(Y) \sin(\alpha - \psi)$$

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{\varepsilon}{2} I + \frac{Y}{\ell p} K(Y) \cos(\alpha - \psi) \qquad (17)$$

$$-C_o\omega_o Y K(Y) + \frac{P}{2} I \sin(\alpha - \psi) = 0$$

$$Y L(Y) - \frac{P}{2n} I \cos(\alpha - \psi) = 0$$

Le système a été résolu sur un calculateur analogique à courants porteurs avec les valeurs numériques suivantes : f_o = 100 KHz

$$\frac{AM}{2\ell p} = -12{,}5\ H^{-1} \qquad \frac{3c(G-1)M^3}{8\ \ell p} = -1{,}5.10^6\ H^{-1}\ V^{-2}$$

$$\frac{M(A-B)}{2} = 2.10^3 \qquad \frac{3}{8} CM^3 = 0{;}5\ .10^8\ V^{-2}$$

$$\omega_o \frac{C_o AM}{2n} = -650 \qquad 3\omega_o \frac{C_o cM^3(G-1)}{8n} = -0{;}865.10^8\ V^{-2}$$

$$\frac{P}{2n} = 10^3\ \Omega$$

L'appareil utilisé était un calculateur ANALAC A 110.

$I \frac{d\psi}{dt}$ et $\frac{dI}{dt}$ sont del' ordre de 10^{-3} A/s.

Ce qui justifie les conditions posées au départ de ce calcul.

Les figures suivantes correspondant au démarrage de l'oscillateur.

Nous avons enregistré les solutions se rapportant à deux types de quartz. Sur la figure 14 sont tracés les régimes transitoires d'amplitude et de fréquence d'un quartz 100 KHz, de coefficient de qualité $1,2.10^6$ et d'inductance de 600 H.

Les courbes de la figure 15 correspondent à un quartz 100 KHz, d'inductance de 50 H, de coefficient de qualité Q = 21 000.

Pour ces deux quartz nous avons relevé plusieurs courbes correspondant à différentes valeurs de la résistance motionnelle.

Nous pouvons constater que les courbes donnant l'écart de fréquence passent toutes par un maximum. La valeur de ce maximum est constante quelque soit le quartz envisagé. Elle ne dépend que des caractéristiques de l'oscillateur.

L'écart de fréquence par rapport à la fréquence de résonance en régime permanent dépend par contre de la valeur de Q et en particulier dans le cas d'un quartz parfait de coefficient de qualité théoriquement infini, cet écart serait nul, le quartz oscillerait exactement à sa fréquence de résonance série.

Les variations de cet écart de fréquence en fonction de $\omega_o 2/Q^2$ sont données par la figure 16.

Le temps de démarrage d'un oscillateur, c'est-à-dire le temps nécessaire pour qu'il atteigne son régime permanent est aussi une fonction du coefficient de qualité. Plus ce coefficient est élevé, plus le temps nécessaire pour atteindre le régime permanent est grand. Ainsi que le prouvent les courbes des figures 14 et 15. Remarquons que pour un quartz de coefficient de qualité égal à 21 000, le temps d'établissement est de 2/10 à 3/10 de seconde, alors qu'il est de 2 à 3 s pour un coefficient Q de 10^6.

fig 14

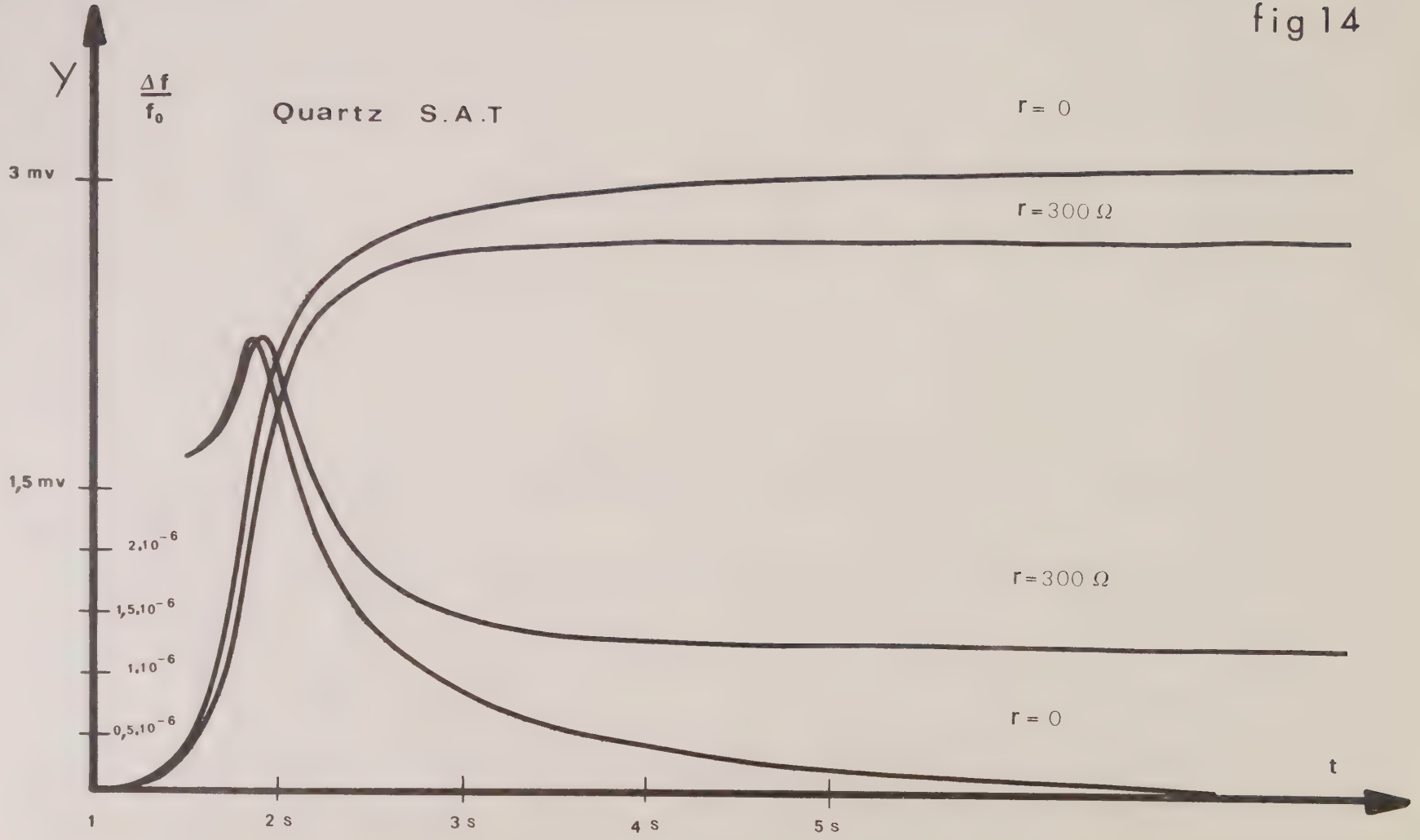

Y
Δf / f0
Quartz S.A.T
r = 0
r = 300 Ω
r = 300 Ω
r = 0
3 mv
1,5 mv
2.10⁻⁶
1,5.10⁻⁶
1.10⁻⁶
0,5.10⁻⁶
t
1
2 s
3 s
4 s
5 s

fig 15

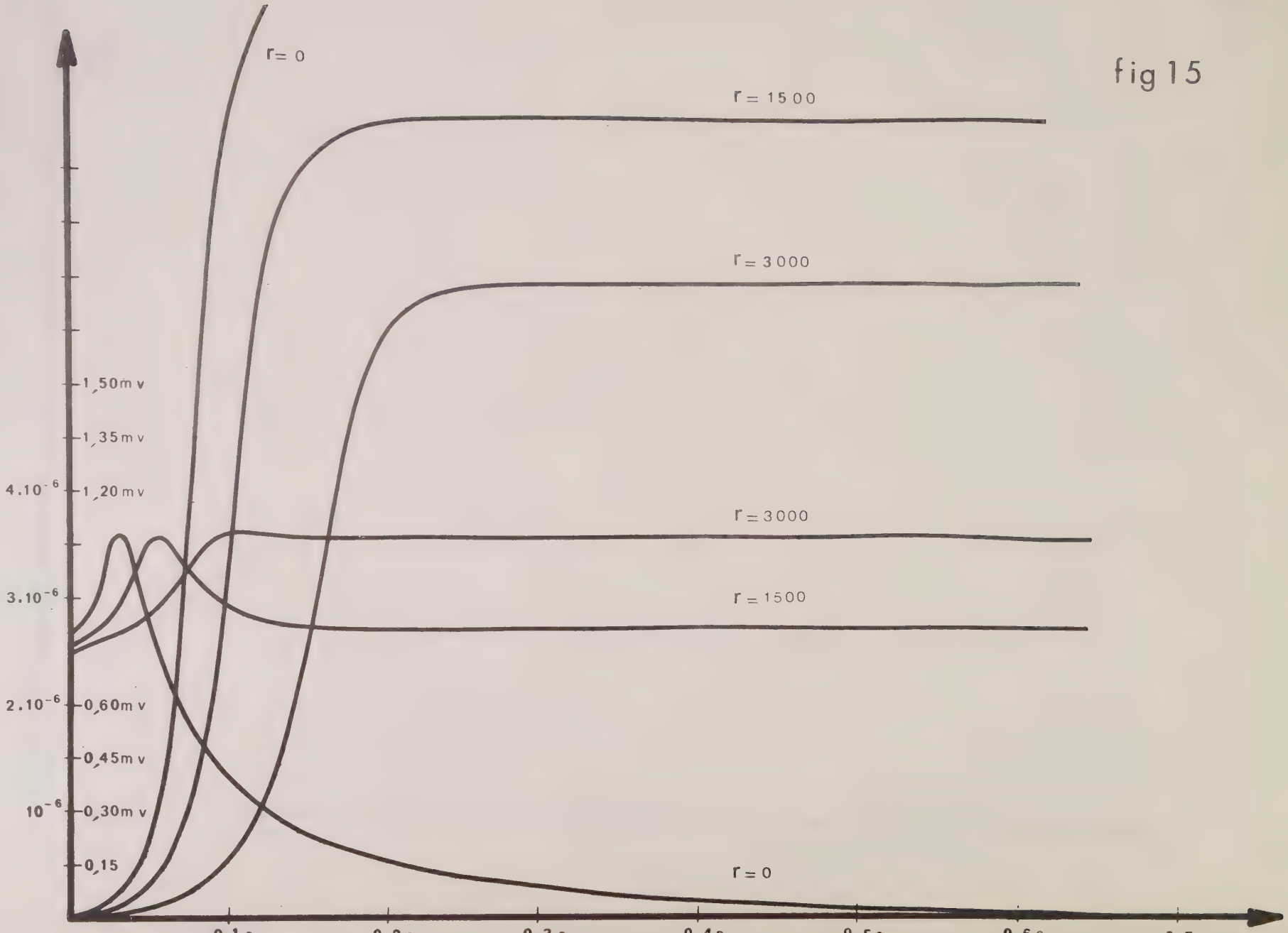
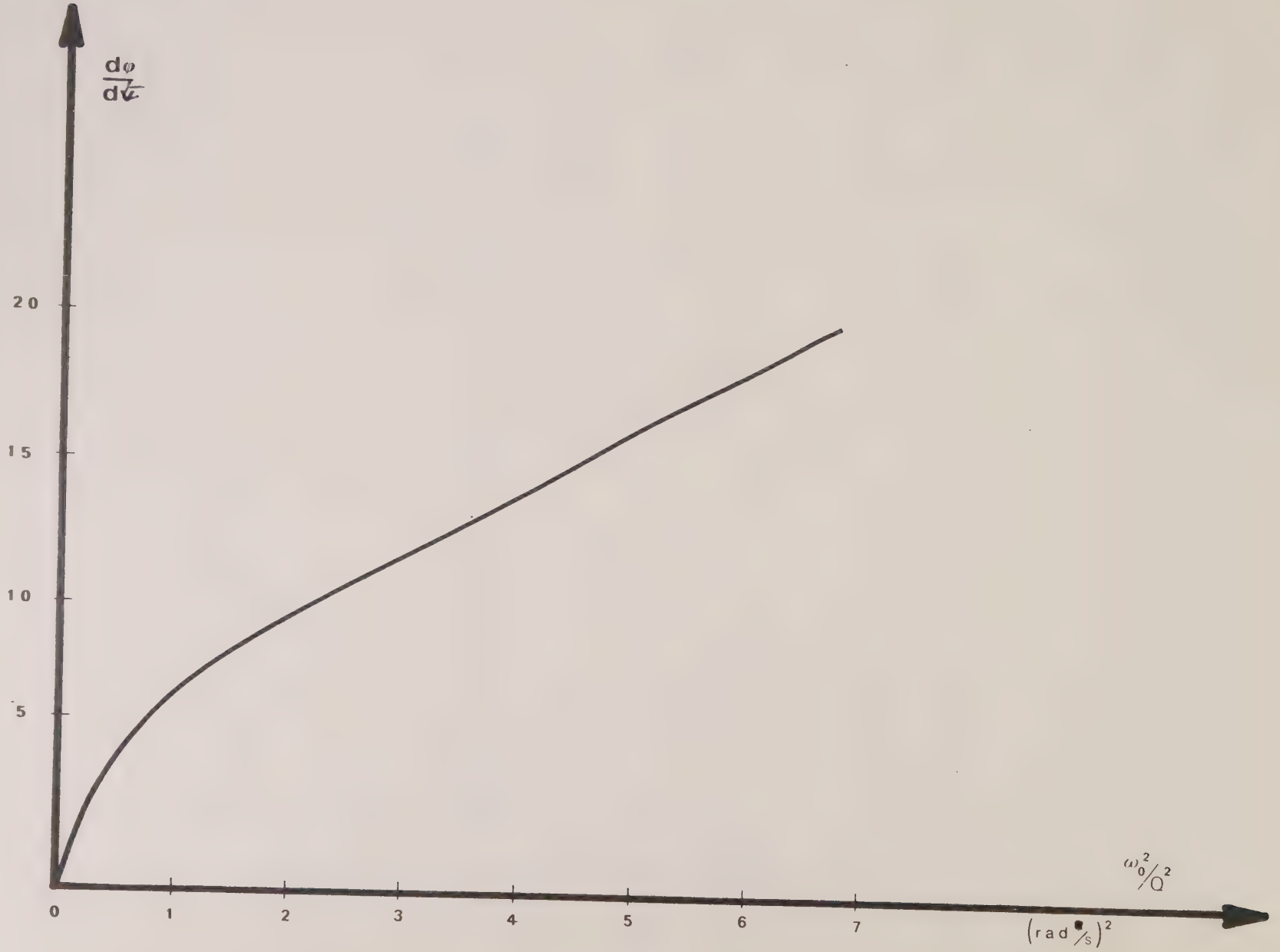

r = 0
r = 1500
r = 3000
r = 3000
r = 1500
r = 0
1,50m v
1,35m v
4.10⁻⁶
1,20m v
3.10⁻⁶
2.10⁻⁶
0,60m v
0,45m v
10⁻⁶
0,30m v
0,15
0,1 s
0,2 s
0,3 s
0,4 s
0,5 s
0,6 s
0,7 s

fig 16



c) Résultats expérimentaux :

Les variations d'amplitude et de fréquence de l'oscillateur Butler lors de son démarrage ont été relevées expérimentalement.

Pour l'amplitude le procédé utilisé est donné par la figure 17.

Figure 17

L'utilisation d'un enregistreur magnétique s'est avérée nécessaire dans le cas de régimes transitoires rapides, afin d'augmenter la durée d'observation par dilatation du temps dans un rapport de 2 à 2^5.

Le relevé des variations de fréquences a été réalisé à l'aide du montage suivant : figure 18.

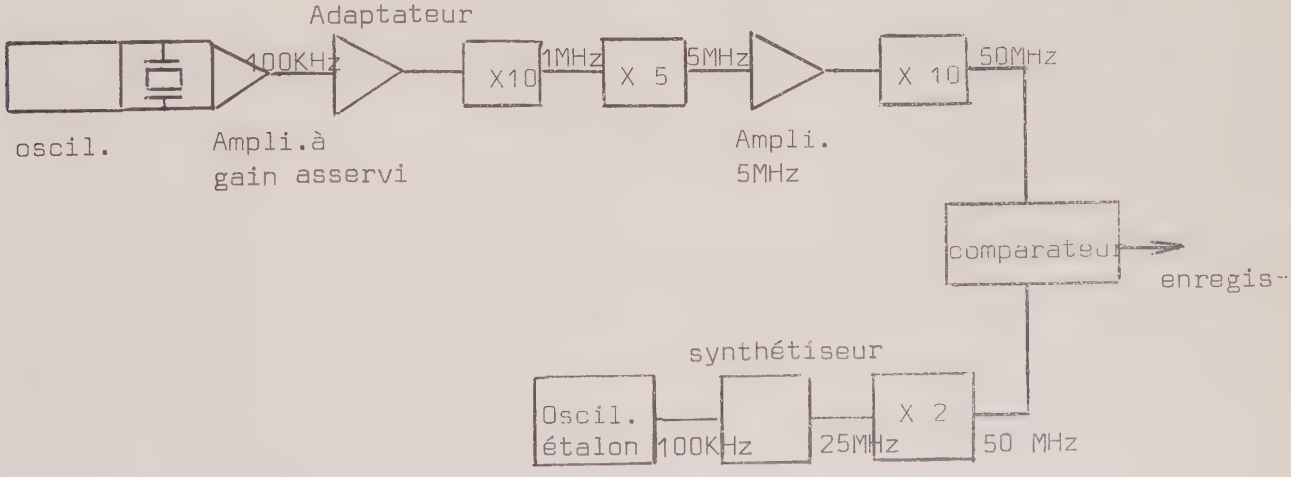


Figure 18

L'amplificateur à gain asservi utilisé est celui décrit dans la première partie. Les fréquences ont été multipliées jusqu'à 50 MHz ce qui donne une sensibilité maxima de 10^{-8}.

Quartz $Q = 1{,}2.10^6$ $L = 600$ H fréquence de l'ordre de 100 KHz

Les régimes transitoires d'amplitude sont donnés par la figure 19. (deux courbes sont tracées, pour une tension d'alimentation de 200 v et pour une tension d'alimentation de 35 v. Comparés à ceux des courbes théoriques (qui correspondent à une valeur de la tension d'alimentation de 200 v), nous pouvons constater que les temps d'établissement sont du même ordre de grandeur. Rappelons que les variables portées en ordonnées ne sont pas les mêmes. Y de la courbe théorique est lié à l'amplitude expérimentale v par la relation :

$$(17)\text{bis} \qquad v = V\cos(\omega_o t + x) = Y\cos(\omega_o t + \alpha)\, G\left\{1 + \frac{q}{p}\operatorname{tg}\theta + \frac{bM^2}{p}\operatorname{tg}\theta Y\cos(\omega_o t + \alpha) - \frac{CM^3}{p}\operatorname{tg}\theta Y^2\cos^2(\omega t + \alpha)\right\}$$

Les variations de fréquence sont portées sur la figure 20. L'origin des ordonnées correspond à la fréquence de résonance série du quartz, mesurée par la méthode de la crevasse avec le montage suivant figure 20 bis.

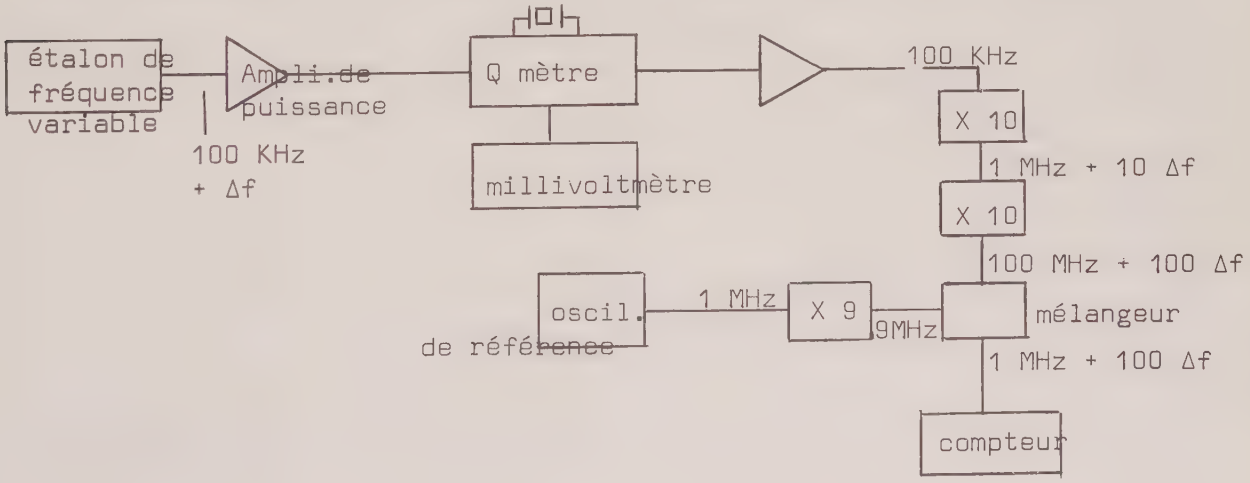


Figure 20 bis

fig 19

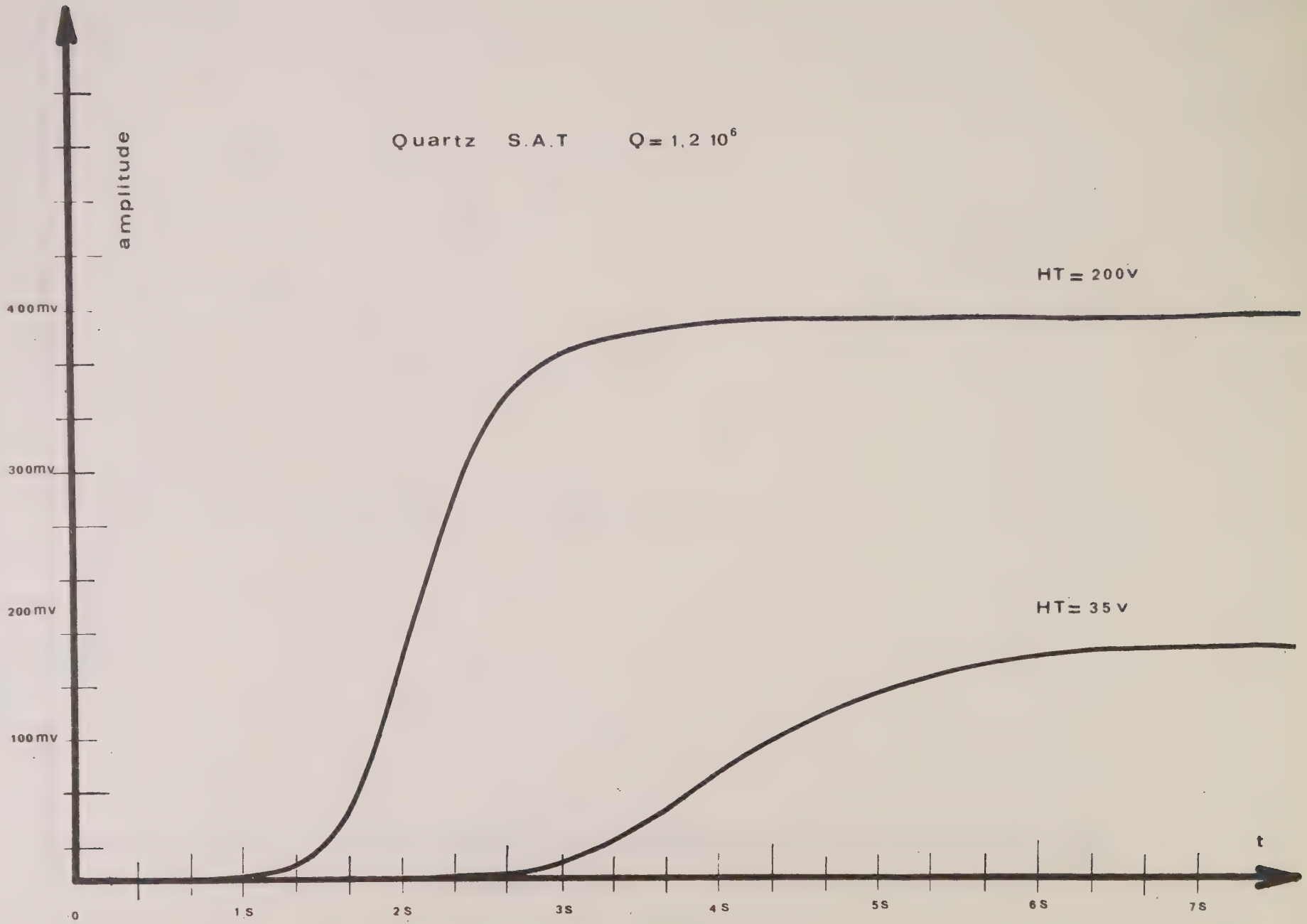
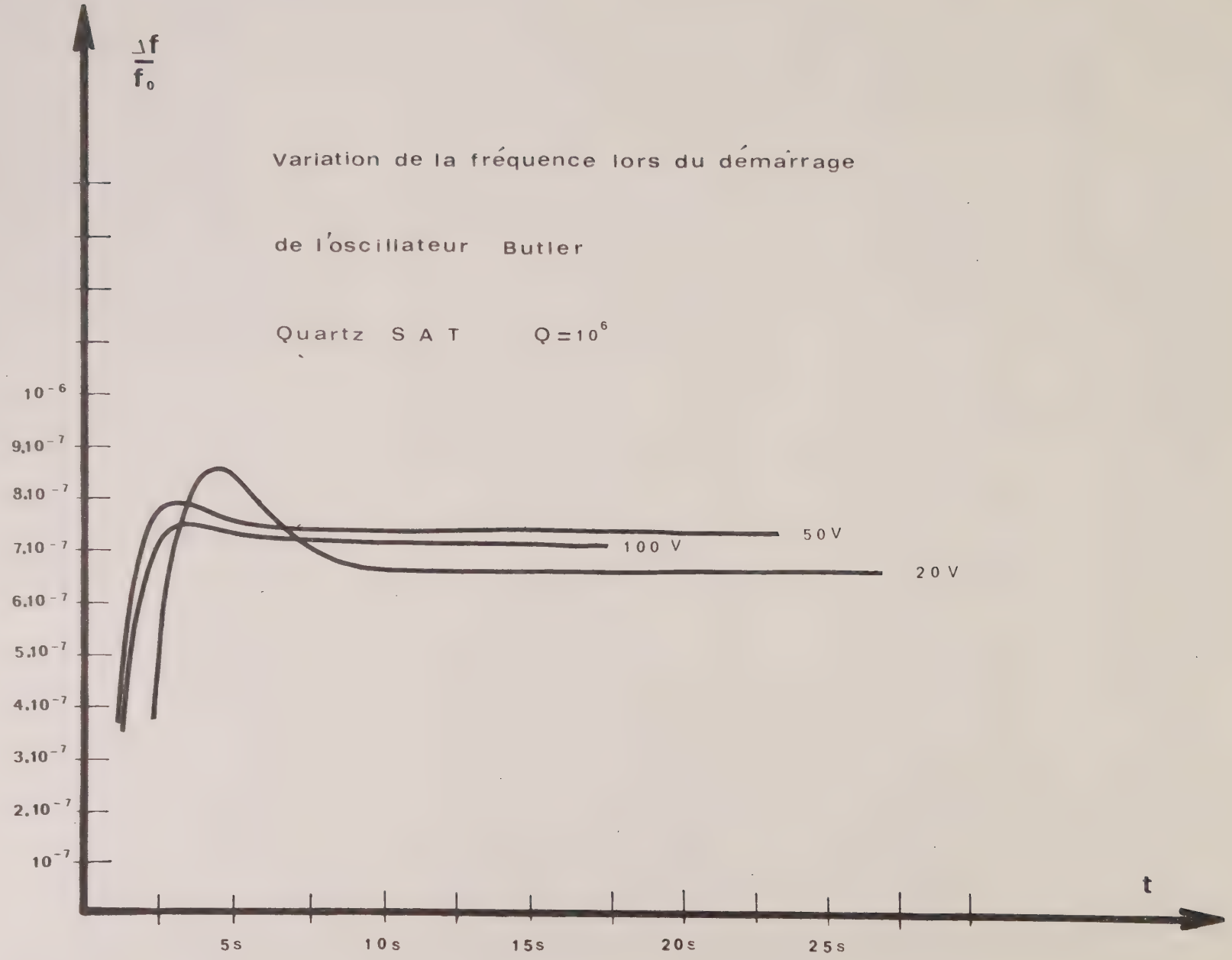

Quartz S.A.T Q= 1,2 10⁶
amplitude
400mv
300mv
200mv
100mv
HT = 200V
HT= 35 V
t
0
1S
2S
3S
4S
5S
6S
7S

fig 20


Δf/f₀
Variation de la fréquence lors du démarrage
de l'oscillateur Butler
Quartz S A T Q=10⁶
10⁻⁶
9.10⁻⁷
8.10⁻⁷
7.10⁻⁷
6.10⁻⁷
5.10⁻⁷
4.10⁻⁷
3.10⁻⁷
2.10⁻⁷
10⁻⁷
50 V
100 V
20 V
t
5s
10s
15s
20s
25s

La fréquence de résonance mesurée à 22° est :

$f_o = 99.995{,}19 \text{ Hz} \pm \frac{1}{100} \text{ Hz}$

Quartz Q = 21 000 L = 50 H

Les résultats sont donnés par les figures 21 et 22. L'origine de la courbe des fréquences n'est pas connue, la fréquence de résonance série de ce quartz ne pouvant être déterminée avec une précision suffisante, (la précision de la méthode de la crevasse est liée à la valeur du coefficient de qualité du quartz étudié).

Conclusion :

La comparaison des figures 14 et 15 aux figures 19, 20, 21 et 22, nous montre que les résultats expérimentaux vérifient bien les résultats théoriques, tant dans la valeur des constantes de temps des régimes transitoires que dans les ordres de grandeur des variations de fréquence. (Les valeurs des amplitudes théoriques et expérimentales ne sont pas comparables directement, et sont liées par la relation (17)[bis]. Cette méthode peut permettre la mise en évidence de la plupart des phénomènes se déroulant dans l'oscillateur. Nous avons limité notre étude à son démarrage, mais elle peut très bien être étendue au régime permanent et montrer en particulier l'influence de perturbations sur la fréquence de cet oscillateur.

2°/ - Oscillateur Miller

L'oscillateur considéré est un oscillateur à pentode . Un circuit oscillant est placé sur la plaque et le couplage entre ce circuit et le quartz (monté entre la grille et la masse) est réalisé par la capacité parasite grille plaque de la lampe.

Le circuit équivalent de l'ensemble est donné par la figure 23.

fig 21

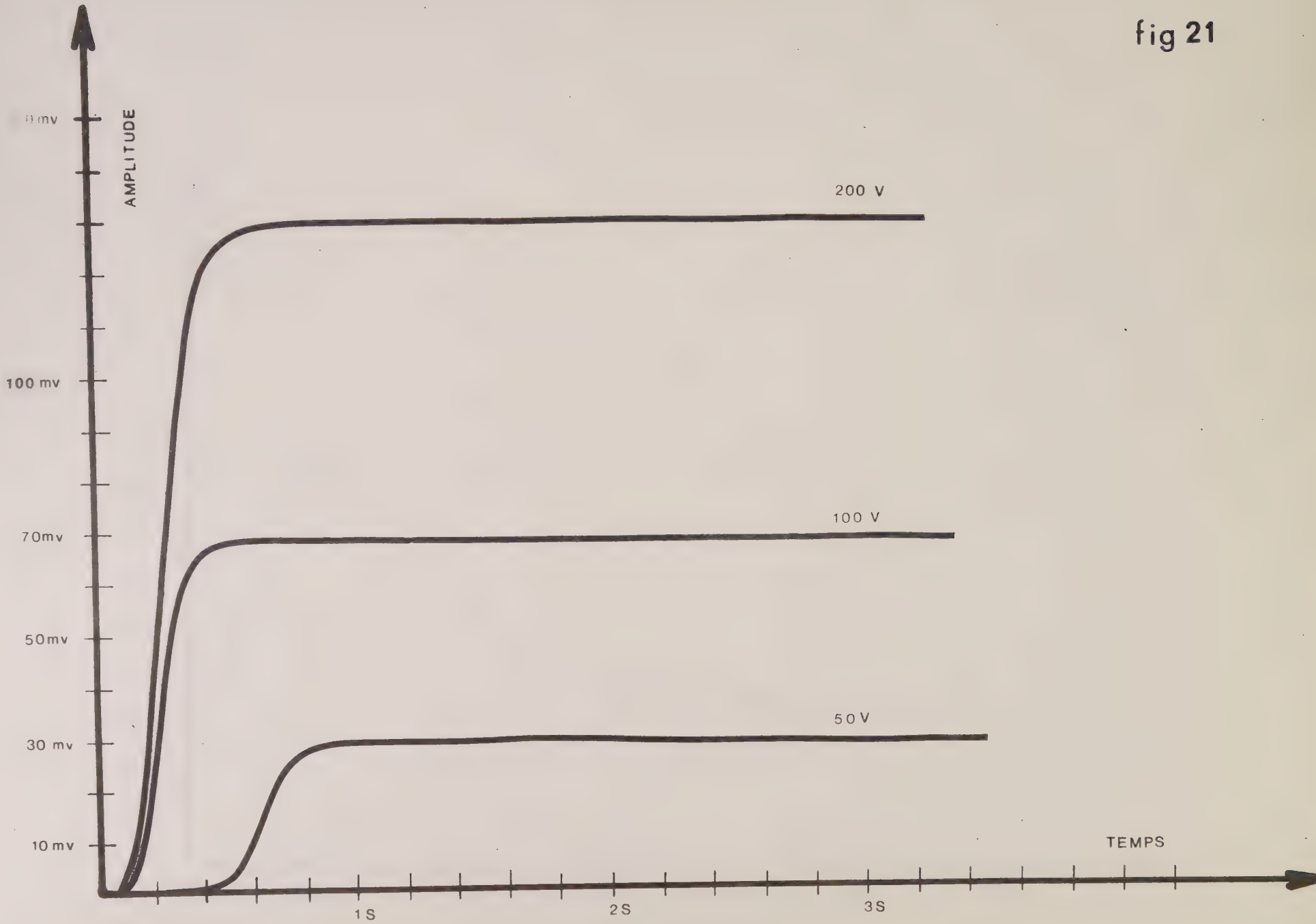
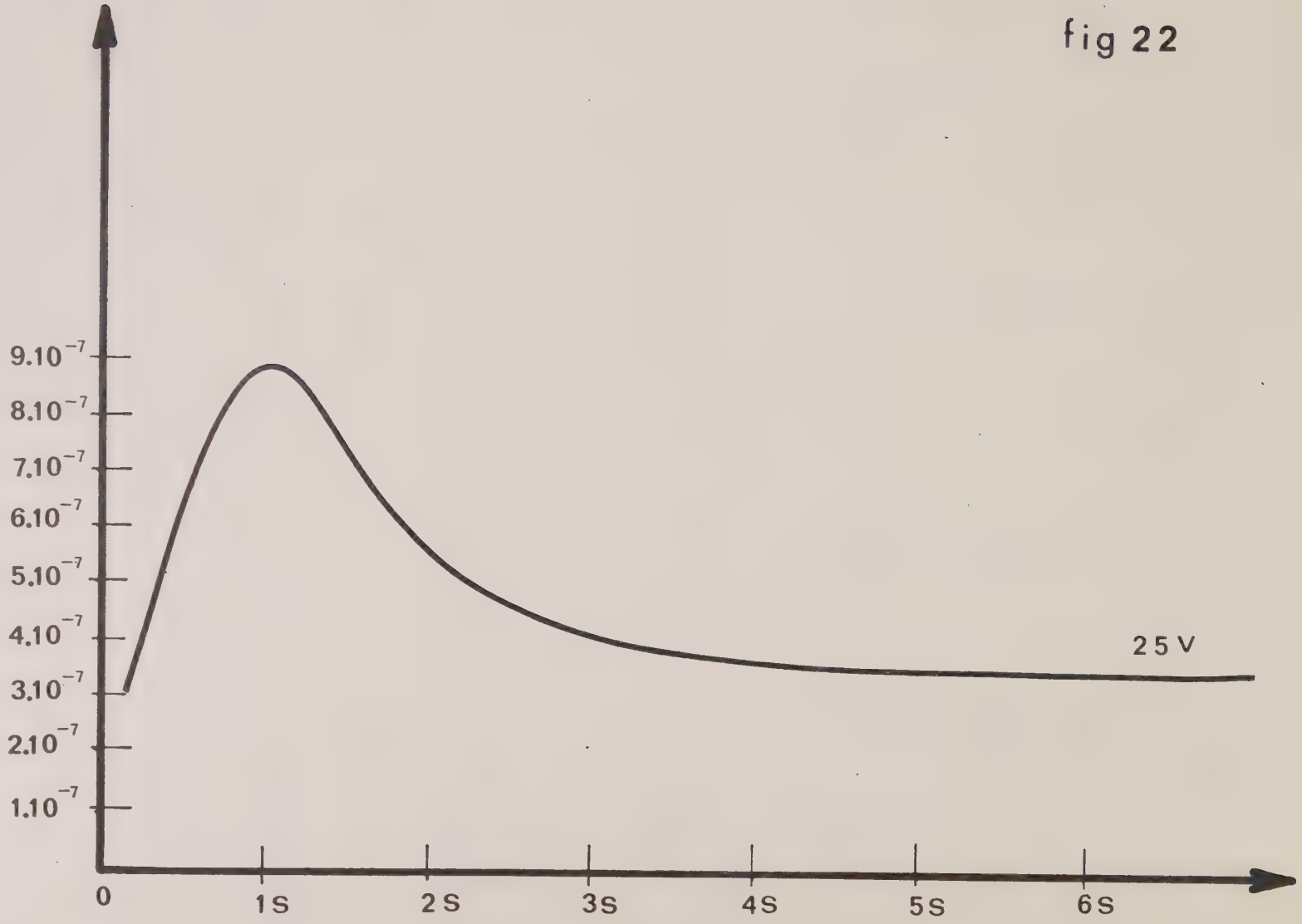

AMPLITUDE
mv
100 mv
70mv
50mv
30 mv
10 mv
200 V
100 V
50 V
TEMPS
1S
2S
3S

fig 22


9.10⁻⁷
8.10⁻⁷
7.10⁻⁷
6.10⁻⁷
5.10⁻⁷
4.10⁻⁷
3.10⁻⁷
2.10⁻⁷
1.10⁻⁷
25 V
0
1S
2S
3S
4S
5S
6S

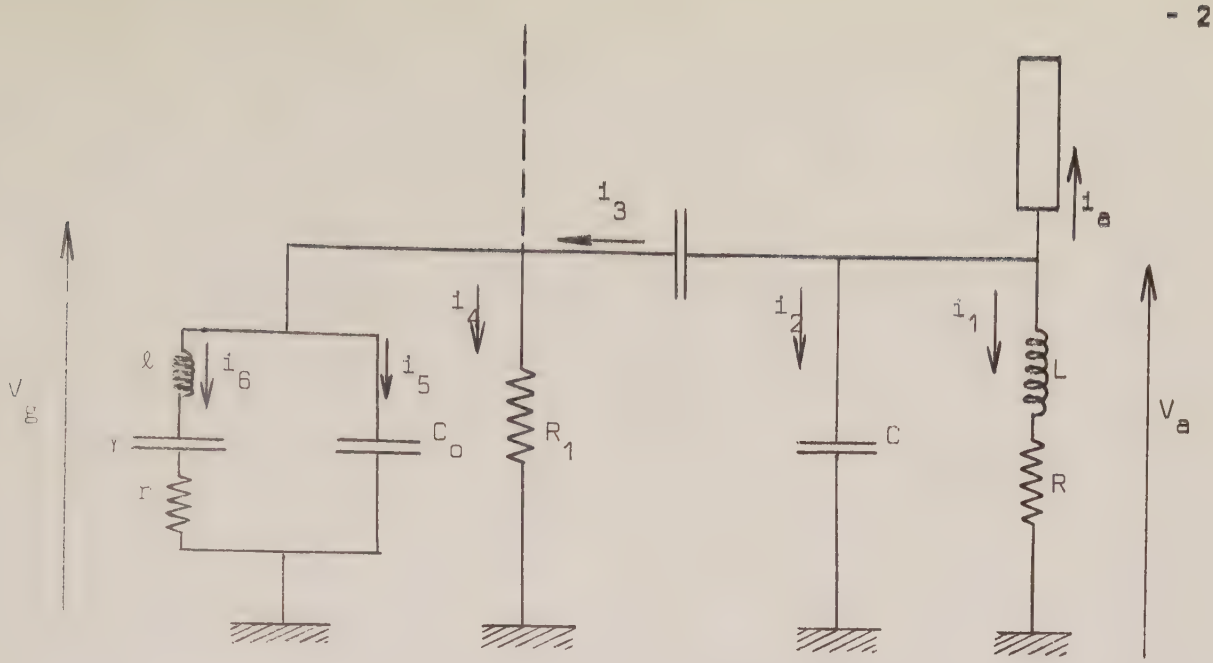


Figure 23

C_o représente la capacité entre électrodes du quartz et les capacités parasites ramenées par le montage et les appareils de mesure.

R_1 la résistance de grille et les résistances parasites

Γ la capacité grille - plaque de la lampe

C , R et L les éléments du circuit oscillant de plaque.

La caractéristique d'une pentode en tenant compte des non linéarités peut s'écrire :

$$i_a = s\left(V_g - \frac{V_g^3}{3V_s^2}\right)$$

Une approximation par une exponentielle semble plus proche de la réalité, mais est d'un emploi plus délicat dans les équations.

En conduisant les calculs de la même façon que dans le cas de l'oscillateur Butler, nous obtenons le système :

$$V_a = Li'_1 + Ri_1 = \frac{1}{C} \int i_2\, dt$$

$$V_g = R_1 i_4 = \frac{1}{C_o} \int i_5 dt = \ell i'_6 + r i_6 + \frac{1}{\gamma} \int i_6 dt = V_a - \frac{1}{\Gamma} \int i_3\, dt$$

$$i_a = s\left(V_g - \frac{V_g^3}{3V_s^2}\right)$$

$$i_a = -(i_1 + i_2 + i_3)$$

$$i_3 = i_4 + i_5 + i_6$$

qui conduit aux trois équations :

$$(18)\qquad \begin{aligned} &\ell i''_6 + r i'_6 + \frac{i_6}{\gamma} = V'_g \\ &L i''_1 + R i'_1 + \frac{i_1}{C+\Gamma} = \frac{1}{C+\Gamma}\left\{\Gamma V'_g - s\left(V_g - \frac{V_g^3}{3V_s^2}\right)\right\} \\ &V'_g (\Gamma + C_o) + \frac{V_g}{R_1} = \Gamma(L i''_1 + R i'_1) - i_6 \end{aligned}$$

posons :

$$\frac{r}{\ell} = \varepsilon \qquad \frac{R}{L} = \mu \qquad \frac{1}{\ell\gamma} = \omega_o^2 \qquad \frac{1}{L(C+\Gamma)} = \omega_1^2$$

$$\frac{1}{L(C_o+\Gamma)} = \omega_2^2 \qquad \frac{\Gamma}{C_o+\Gamma} = \lambda$$

d'où :

$$(19)\qquad \begin{aligned} &i''_6 + \varepsilon i'_6 + \omega_o^2 i_6 = \frac{1}{\rho} V_g \\ &i''_1 + \mu i'_1 + \omega_1^2 i_1 = \omega_1^2 \Gamma V'_g - \omega_1^2 s\left(V_g - \frac{V_g^3}{3V_s^2}\right) \\ &\frac{V'_g}{L} + \omega_2^2 \frac{V_g}{R_1} = \lambda (i''_1 + \mu i'_1) - \omega_2^2 i_6 \end{aligned}$$

Posons :

$$i_1 = I_1 \cos(\omega_o t + \alpha)$$

$$V_g = V \cos(\omega_o t + \psi)$$

$$i_6 = I_6 \cos(\omega_o t + \Psi)$$

Calculons les dérivées, remplaçons dans le système (18), nous obtenons le système final après avoir fait la moyenne sur une période les conditions définies au début de ce chapitre étant toujours réalisées.

$$I_6 \frac{d\psi}{dt} = \frac{V}{2} \sin(\psi - \Psi)$$

$$\frac{dI_6}{dt} = -\frac{\varepsilon}{2} I_6 + \frac{V}{2\ell} \cos (\psi - \Psi)$$

$$I_1 \frac{d\alpha}{dt} = \frac{I_1}{2} \left(\frac{\omega 1^2 - \omega o^2}{\omega_o}\right) - \frac{\omega 1^2 \Gamma}{2} V \sin(\alpha - \psi) - \frac{\omega_1^2}{\omega o} \frac{s}{2} V \cos(\alpha - \psi)$$

$$\frac{\omega_1^2}{\omega_o} \frac{s}{8V_s^2} V^3 \cos (\alpha - \psi)$$

(20)
$$\frac{dI_1}{dt} = -\mu \frac{I_1}{2} + \frac{\omega_1^2 \Gamma}{2} V \cos(\alpha - \psi) - \frac{\omega_1^2}{\omega_o} \frac{s}{2} V \sin (\alpha - \psi) +$$

$$\frac{\omega_1^2}{\omega_o} \frac{s}{8V_s^2} V^3 \sin (\alpha - \psi)$$

$$\frac{1}{L} \frac{dV}{dt} = -\frac{\omega_2^2}{R_1} V - \lambda \omega_o \{ \frac{dI_1}{dt} \sin (\alpha - \rho) - I_1 (\omega_o + \frac{d\alpha}{dt}) \cos (\alpha - \psi)$$

$$\mu I_1 \sin (\alpha - \psi)\} - \omega_2^2 I_6 \cos(\psi - \Psi)$$

$$\frac{1}{L} V \frac{d\psi}{dt} = -\frac{\omega_o V}{L} - \lambda \omega_o \{ \frac{dI_1}{dt} \cos(\alpha - \psi) - I_1 (\omega_o + \frac{d\alpha}{dt}) \sin (\alpha - \psi$$

$$\mu I_1 \cos (\alpha - \psi)\} + \omega_2^2 I_6 \sin (\psi - \Psi)$$

Nous pouvons faire les mêmes remarques que pour l'étude précédente. Certains termes peuvent être éliminés par simplification. Les calibres de ces termes étant trop faibles par rapport au calibre général de l'équation où ils se trouvent.

Il s'agit de :

$$I_1 \frac{d\alpha}{dt} \quad , \quad \frac{dI_1}{dt} \quad , \quad \frac{1}{L} \frac{dV}{dt} \quad , \quad \frac{1}{L} V \frac{d\psi}{dt} \quad , \quad \frac{dI_1}{dt} \sin (\alpha - \psi)$$

$$\frac{dI_1}{dt} \cos(\alpha - \psi) \quad , \quad \mu I_1 \sin(\alpha - \psi) \, , \, \mu I_1 \cos(\alpha - \psi)$$

et $\frac{d\alpha}{dt}$ devant ω_o .

Nous obtenons ainsi le système final :

$$I \frac{d\Psi}{dt} = \frac{V}{2\ell} \sin(\psi - \Psi)$$

$$\frac{dI_6}{dt} = -\frac{\varepsilon}{2} I_6 + \frac{V}{2\ell} \cos(\psi - \Psi)$$

$$I_1 \left(\frac{\omega_1^2 - \omega_o^2}{\omega_1^2}\right) - \Gamma\omega_o V \sin(\alpha - \psi) - s V \cos(\alpha - \psi) + \frac{s}{4V_s^2} V^3 \cos(\alpha - \psi) =$$

$$-\mu \frac{I_1}{\omega_1^2} + \Gamma\omega_o V \cos(\alpha - \psi) - sV \sin(\alpha - \psi) + \frac{s}{4V_s^2} V^3 \sin(\psi - \Psi) = 0$$

(21)

$$-\frac{\omega_2^2}{R_1} V + \lambda\omega_o^2 I_1 \cos(\alpha - \psi) - \omega_2^2 I_6 \cos(\psi - \Psi) = 0$$

$$-\frac{\omega_o}{L} V + \lambda\omega_o^2 I_1 \sin(\alpha - \psi) + \omega_2^2 I_6 \sin(\psi - \Psi) = 0$$

Il ne nous a pas été possible de résoudre ce système en utilisant le calculateur ,l'importance de ces équations dépassant sa capacité.

NOTATIONS DU CHAPITRE III

γ , ℓ , r : éléments motionnels du quartz

C_1 : capacité entre électrodes du quartz, en parallèle avec la capacité d'entrée des appareils de mesure

R_1 : résistance d'entrée des appareils de mesure

v : tension aux bornes du quartz

v_o : amplitude du quartz au régime entretenu

ω : fréquence d'excitation

Φ : déphasage au moment de la séparation

i_1 , i_2 , i_3 : courants dans la branche motionnelle, dans C_1 et dans R_1

ψ : déphasage entre i_1 et v

Z : impédance motionnelle

q_1 , q_2 : charges instantanées de γ et C_1

p : opérateur de Laplace

$$\varepsilon = \frac{r}{2\ell}$$

$$\alpha = \frac{1}{R_1 C_1}$$

$$\omega_o^2 = \frac{1}{\ell\gamma}$$

$$\omega_1^2 = \omega_o^2 + \frac{1}{\ell C_1} - \varepsilon^2$$

$$\Phi = \text{arc tg } \frac{\omega 1}{\varepsilon}$$

Q = coefficient de qualité du quartz

$$\Delta\omega = \omega - \omega_o$$

III - SEPARATION DU QUARTZ DE L'OSCILLATEUR - OSCILLATION LIBRE

Nous nous proposons après avoir excité le quartz et après l'établissement d'un régime permanent de le séparer de l'élément d'excitation afin d'obtenir une oscillation libre. Cette séparation se fait par un commutateur mécanique branchant l'une des bornes du quartz à la masse et l'autre aux appareils de lecture.

Le schéma équivalent est alors le suivant :

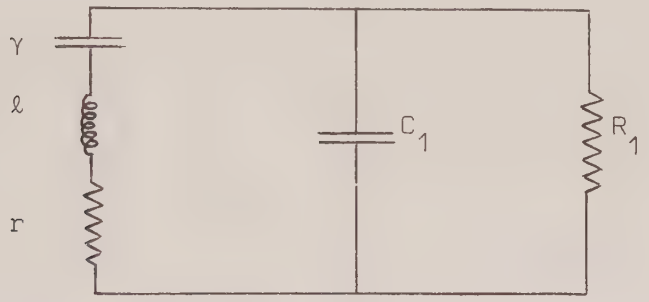


Figure 24

C_1 représente la capacité du quartz à laquelle s'ajoute la capacité parasite des appareils de lecture.

R_1 représente la résistance d'entrée de ces mêmes appareils.

Lors de cette séparation nous pouvons observer deux effets :

- une variation de l'amplitude d'oscillation, augmentation ou diminution, suivie d'un amortissement exponentiel.
- une variation de la fréquence.

Si la représentation du quartz est linéaire, la nouvelle fréquence d'oscillation sera constante et indépendante de l'amplitude et du temps.

Une parfaite connaissance de ces deux phénomènes nous permettra de les contrôler, donc de pouvoir amener le quartz aux valeurs initiales voulues au moment de la séparation.

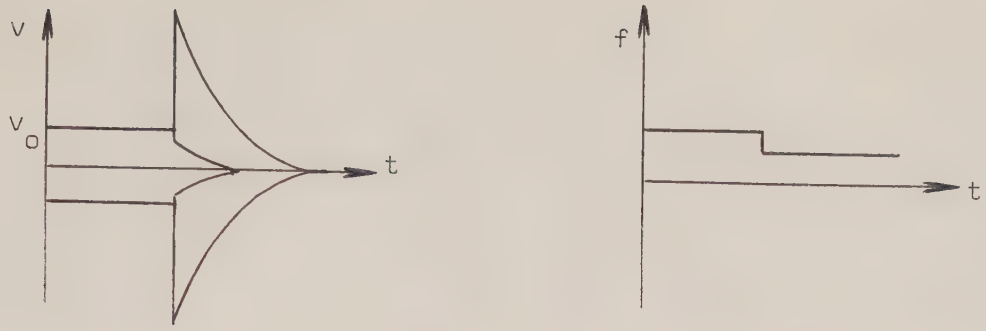


Figure 25

A/ - Etude de l'amplitude

Réalisée par REDWOOD dans le cas particulier où le quartz est excité par une tension sinusoïdale, de fréquence affichable et choisie égale à la fréquence de résonance. L'impédance motionnelle se réduit alors à la résistance et le déphasage entre la tension aux bornes et le courant dans la branche motionnelle est nul.

Dans le cas où le quartz est placé dans un oscillateur, ou en oscillation forcée, sa fréquence d'excitation est légèrement différente de la fréquence de résonance (ainsi que nous l'avons montré précédemment dans le cas de l'oscillateur), et il est nécessaire de tenir compte du déphasage entre le courant et la tension.

Un autre facteur pouvant intervenir est la valeur de l'amplitude instantanée de la tension d'excitation au moment de la séparation. Il est possible d'en tenir compte en ajoutant un terme de déphasage dans l'expression de la tension (l'origine du temps étant choisie à l'instant de la séparation). En pratique, le saut d'amplitude ne pourra être maitrisé qu'à la condition que la commutation ne soit déclenchée que pour une valeur bien déterminée de cette amplitude instantanée.

Ecrivons :

$$v = v_o \sin (\omega t + \Phi)$$

$$\text{et } v = \frac{\ell di_1}{dt} + r\, i_1 + \frac{1}{\gamma} \int i_1 \, dt$$

$$v = \frac{1}{C_1} \int i_2 \, dt$$

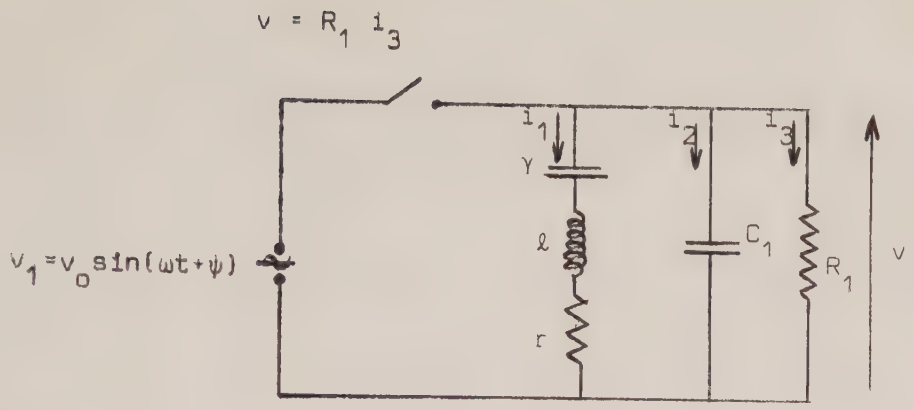


Figure 26

Le courant dans la branche motionnelle est :

$$i_1 = \frac{v_o}{\sqrt{r^2 + (\ell\omega - \frac{1}{\gamma\omega})^2}} \sin(\omega t + \Phi + \psi)$$

avec $\psi = \text{arc tg} \dfrac{\ell\omega - \frac{1}{\gamma\omega}}{r}$

Soient q_1 et q_2 les charges instantanées des capacités γ et C_1

$$q_1 = \int i_1 \, dt = -\frac{v_o}{Z\omega} \cos(\omega t + \Phi + \psi)$$

$$\text{avec } Z = \sqrt{r^2 + (\ell\omega - \frac{1}{\gamma\omega})^2}$$

$$q_2 = C_1 \, v = C_1 \, v_o \sin(\omega t + \Phi)$$

d'où les valeurs à l'instant initial :

$$q_{1(t=0)} = -\frac{v_o}{Z\omega} \cos(\Phi + \psi)$$

$$i_{1(t=0)} = \frac{v_o}{Z} \sin(\Phi + \psi)$$

$$q_{2(t=0)} = C_1 \, v_o \sin\Phi$$

Ecrivons les équations du circuit en utilisant la transformée de Laplace.

Soient :

(22) $$\ell \{p^2 q_1 - p q_{1(t=0)} - \frac{dq_1}{dt}_{(t=0)}\} + r\{p q_1 - q_{1(t=0)}\} + \frac{q_1}{\gamma} = v$$

(23) $$p q_1 - q_{1(t=0)} + p q_2 - q_{2(t=0)} + \frac{q_2}{C_1 R_1} = 0$$

De l'équation 23 nous tirons en remarquant que $q_2 = C_1 v$

(24) $$q_1 = \frac{1}{p}\{-\frac{v_o}{Z}\cos(\Phi+\psi) - pC_1 v + C_1 v_o \sin\Phi - \frac{v}{R_1}\}$$

et en portant (24) dans (22) nous obtenons :

$$v = \frac{(p^2 + \frac{rp}{\ell} + \frac{1}{\ell\gamma})\{-\frac{v_o}{Z\omega}\cos(\Phi+\psi) + C_1 v_o \sin\Phi\} + p\{\frac{p v_o}{Z\omega}\cos(\Phi+\psi) - \frac{v_o}{Z}\sin(\Phi+\psi)\} + p\frac{r}{\ell}\frac{v_o}{Z\omega}\cos(\Phi+\psi)}{\frac{p}{\ell} + (p + \frac{1}{R_1 C_1})(p^2 + \frac{r}{\ell}p + \frac{1}{\ell\gamma})\ C_1}$$

Posons : $\varepsilon = \frac{r}{2\ell}$ $\quad \alpha = \frac{1}{R_1 C_1}$ et $\omega_o^2 = \frac{1}{\ell\gamma}$

(25) $$v = \frac{p^2 v_o \sin\Phi + p\{2\varepsilon v_o \sin\Phi - \frac{v_o}{ZC_1}\sin(\Phi+\psi) + \omega_o^2\{v_o \sin\Phi - \frac{v_o}{ZC_1\omega}\cos(\Phi+\psi)\}}{(p^2 + 2\varepsilon p + \omega_o^2)(p + \alpha) + \frac{p}{\ell C_1}}$$

a) Cas particulier où : $R_1 = \infty$

$\Phi = 0$

$\omega = \omega_o$ soit $\psi = 0$ et $Z = r$

$$v = -\frac{v_o \omega_o}{rC_1} \quad \frac{1}{p(p^2 + 2\varepsilon p + \omega_o^2) + \frac{p}{\ell C_1}}$$

d'où la transformée inverse :

$$v(t) = \frac{-v_o \omega_o}{(\omega_1^2 - \varepsilon^2) rC_1}\{1 + \sqrt{1 + \frac{\varepsilon^2}{\omega_1^2}}\, e^{-\varepsilon t}\sin(\omega_1 t + \Phi)\}$$

avec $\Phi = \text{arc tg } \frac{\omega_1}{\varepsilon}$

et $\omega_1^2 = \omega_o^2 + \frac{1}{\ell C_1}^2$

ω_1 représente la fréquence de l'oscillation libre. Nous retrouvons l'expression habituelle.

L'amortissement étant faible, le maximum d'amplitude est pratiquement atteint pendant la première période et est égal à :

$$V = V_o \frac{\omega_o}{(\omega_1^2 + \varepsilon^2) r C_1} \left(1 + \frac{\varepsilon^2}{\omega_1^2}\right)^{1/2}$$

Soit :

$$V \simeq V_o \frac{\gamma Q}{\gamma + C_1} \quad \text{avec } Q = \frac{\ell \omega_o}{r} \quad \text{et} \quad \varepsilon << \omega_o$$

Le terme constant et égal à 1 dans l'expression de la transformée inverse est dû au fait que l'on a choisi R_1 infini. Dans le cas où R_1 est fini, le terme est remplacé par une exponentielle décroissante.

L'influence de la capacité C_1 sur l'amplitude initiale est donnée par les courbes expérimentales de la figure 27.

b) Cas où le quartz n'est pas excité à sa fréquence de résonance série :

$$\omega \neq \omega_o \qquad \text{et} \qquad \psi \neq 0$$

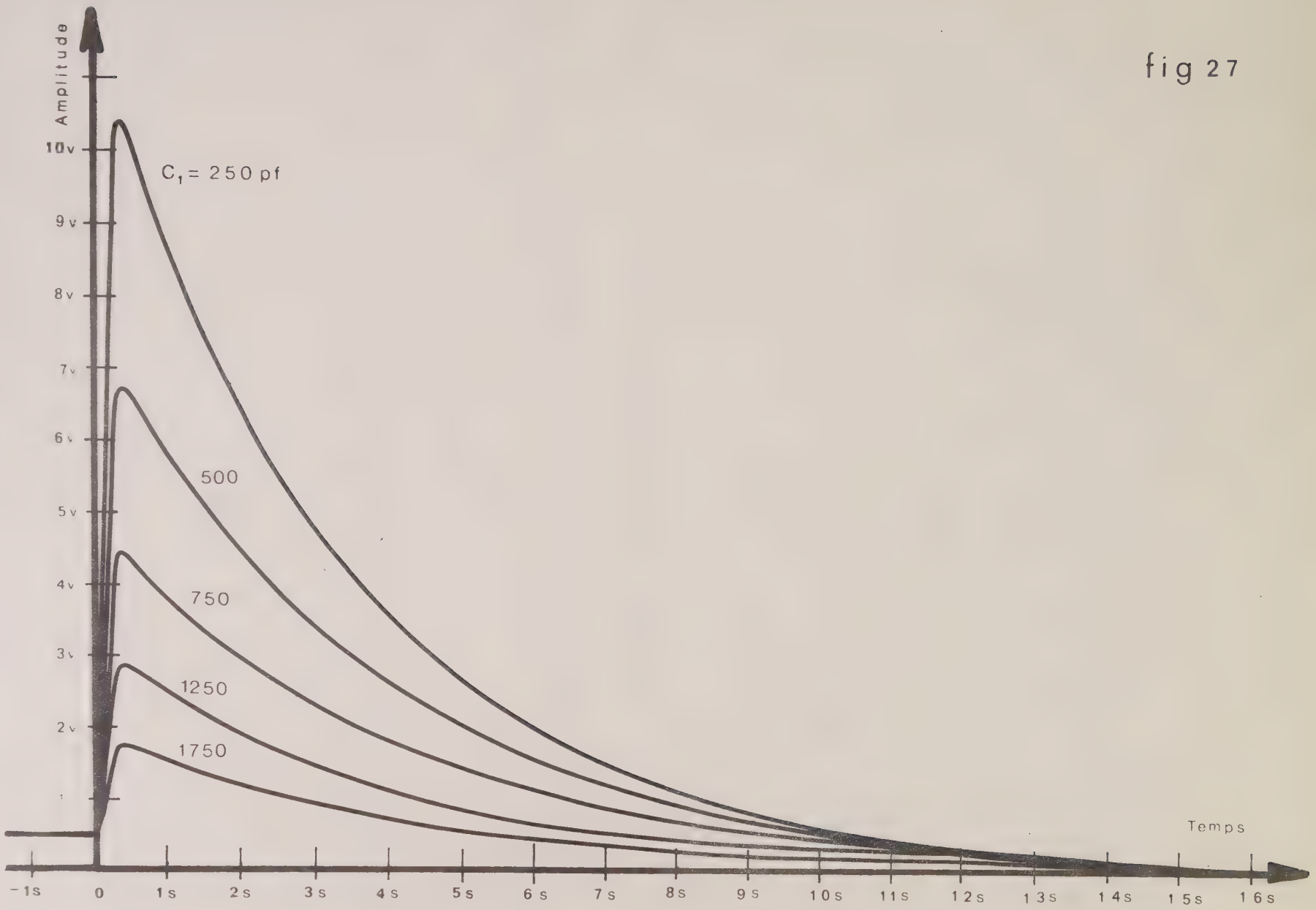
$$V = -\frac{V_o}{Z C_1} \frac{p \sin \psi + \frac{\omega_o^2}{\omega} \cos \psi}{p(p^2 + 2\varepsilon p + \omega_1^2 + \varepsilon^2)}$$

et :

$$v(t) = -\frac{\omega_o^2 V_o \cos \psi}{Z C_1 \omega (\omega_1^2 + \varepsilon^2)} \left\{1 + \sqrt{1 + \frac{\varepsilon^2}{\omega_1^2}} \left\{1 - 2\varepsilon \frac{\omega}{\omega_o^2} \text{tg}\psi + \frac{\omega^2}{\omega_o^4} (\omega_1^2 + \varepsilon^2) \text{ tg}^2 \psi\right\}^{1/2} e^{-\varepsilon t} \sin(\omega_1 t + \Phi)\right\}$$

avec $\Phi = \text{arc tg} \dfrac{\dfrac{\omega \omega_1}{\omega_o^2} \text{ tg } \psi}{\left(\dfrac{\omega_1^2}{\omega_o^2} + \varepsilon^2\right)^{1/2} \left(1 - \dfrac{\omega}{\omega_o^2} \varepsilon \text{ tg } \psi\right)} + \text{arc tg } \dfrac{\omega_1}{\varepsilon}$

fig 27


Amplitude
10v
9v
8v
7v
6v
5v
4v
3v
2v
C_1 = 250 pf
500
750
1250
1750
Temps
-1s
0
1s
2s
3s
4s
5s
6s
7s
8s
9s
10s
11s
12s
13s
14s
15s
16s

d'où la valeur de l'amplitude maxima :

$$(27) \qquad V = \frac{\omega_o^2 V_o \cos\psi}{ZC_1\omega(\omega_1^2+\varepsilon^2)}\left(1+\frac{\varepsilon^2}{\omega_1^2}\right)^{1/2}\left\{1-2\varepsilon\frac{\omega}{\omega_o^2}\,tg\psi+\frac{\omega^2}{\omega_o^4}(\omega_1^2+\varepsilon^2)tg^2\psi\right\}^{1/2}$$

posons $\omega - \omega_o = \Delta\omega$ soient $tg\ \psi \simeq 2Q\frac{\Delta\omega}{\omega}$

$$\text{et} \quad \frac{\cos\psi}{Z} = \frac{\omega^2}{r(\omega^2+4Q^2\Delta\omega^2)}$$

l'expression de V devient :

$$(28) \qquad V = V_o \frac{\omega_o^2}{\omega.\omega_1(\omega_1^2+\varepsilon^2)}\,1/2\ \ C_1\frac{\omega^2}{r(\omega^2+4Q^2\Delta\omega^2)}\left\{1-4\varepsilon\frac{Q\Delta\omega}{\omega_o^2}+\frac{4Q^2\Delta\omega^2}{\omega_o^4}(\omega_1^2+\varepsilon^2)\right\}^{1/2}$$

Si nous posons les conditions : ω peu différent de ω_o

et $\frac{\varepsilon^2}{\omega_1^2} << 1$

alors : $$V \simeq V_o \frac{\gamma Q}{\gamma+C_1}\cdot\frac{\omega_o}{\omega_o^2+4Q^2\Delta\omega^2}\left\{\omega_o^2-4\varepsilon Q\,\Delta\omega+4Q^2\,\Delta\omega^2\right\}^{1/2}$$

Dans le cas d'un quartz de coefficient de qualité égal à 10^6 excité à une fréquence telle que l'écart est supérieur à 1/1000 de Hz, l'expression de l'amplitude peut s'écrire :

$$V \simeq V_o \frac{\gamma Q}{\gamma C_1}\ \frac{\omega_o}{\sqrt{\omega_o^2+4Q^2\Delta\omega^2}}$$

Pour un écart de fréquence inférieur au 1/1000 de Hz, son influence devient négligeable, l'expression de l'amplitude se réduit à :

$$V = \frac{V_o\,\gamma\,Q}{\gamma+C_1}$$

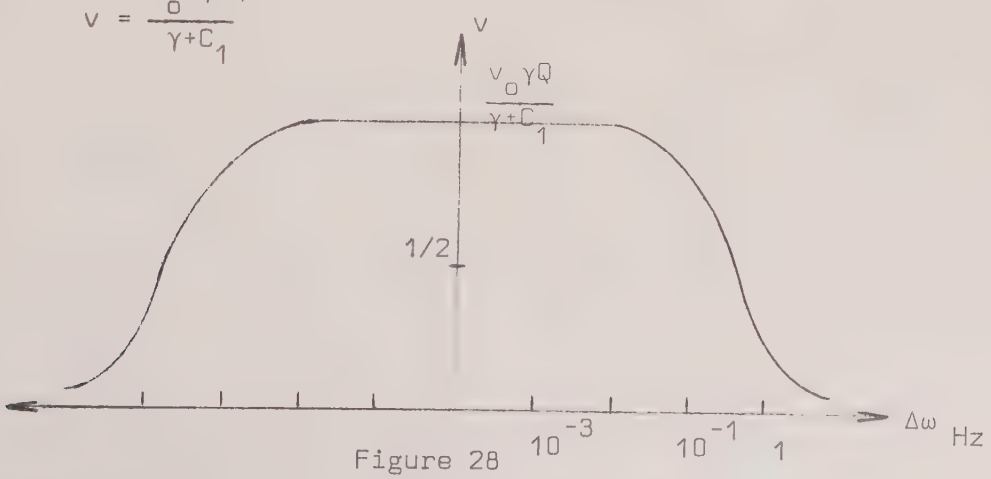


Figure 28

Remarquons que nous pouvons éviter toute variation d'amplitude si la condition $\frac{\gamma Q}{\gamma + C_1} = 1$ est remplie, c'est-à-dire en plaçant en parallèle sur le quartz une capacité telle que $C_1 = \gamma Q$.

Donc si $Q = 10^6$ et $\gamma = 4.10^{-15}$ F $\quad C_1 = 4000$ pF

B/ - Etude de la fréquence et de l'amortissement

Un quartz en oscillation libre, parfaitement isolé, oscille à une pseudo fréquence :

$$\omega_a^2 = \frac{\gamma + C_o}{\ell \gamma C_o} - \frac{r^2}{4\ell^2}$$

voisine de sa fréquence d'antirésonance, avec un terme d'amortissement $\frac{r}{2\ell}$

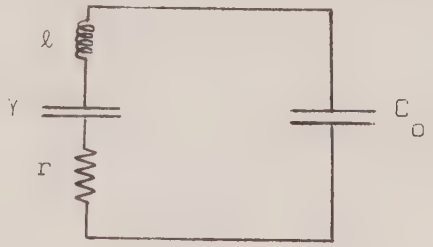


Figure 29

Les impédances parasites ramenées par les appareils de lecture perturbent la fréquence et l'amortissement. Nous pouvons par identification établir un nouveau schéma équivalent du quartz.

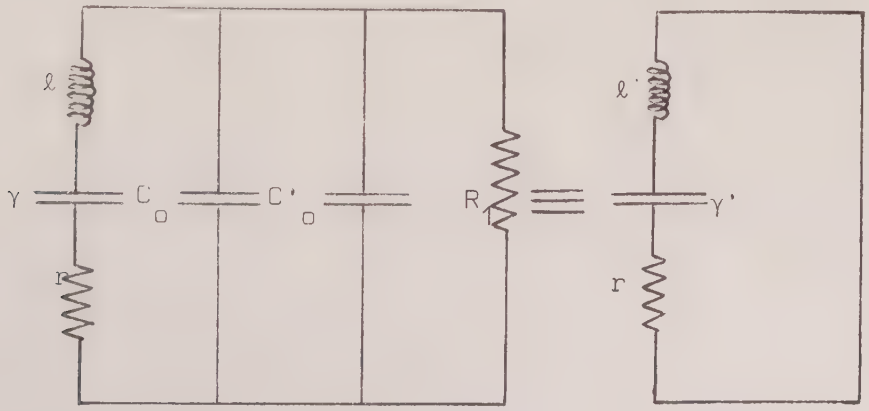
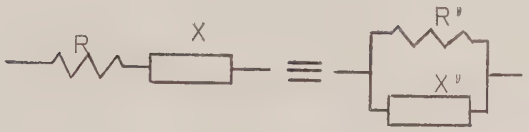


Figure 30

En effet, tout montage parallèle peut être remplacé par un montage série, avec les équivalence :



$$R = R' \frac{1}{1 + Q^2}$$

$$X = X' \frac{Q^2}{1 + Q^2}$$

avec $Q = \frac{X}{R} = \frac{R'}{X'}$

Nous en déduisons donc le nouveau schéma, où :

$$\ell' = \ell$$

$$\gamma' = \gamma C_1 \frac{1 + R_1^2 C_1^2 \omega^2}{\gamma(R_1^2 C_1^2 \omega^2) + C_1(1+R_1^2 C_1^2 \omega^2)}$$

$$r' = r + \frac{R_1}{1 + R_1^2 C_1^2 \omega^2} \qquad \text{avec } C_1 = C_o + C'_o$$

La fréquence lors de l'oscillation libre est égale à :

(29) $$\omega^2 = \omega_o^2 + \frac{1}{\ell C_1} \frac{R_1^2 C_1^2 \omega^2}{1+R_1^2 C_1^2 \omega^2} - \frac{1}{4\ell^2} \left(r + \frac{R_1}{1 + R_1^2 C_1^2 \omega^2}\right)^2$$

(Si nous négligeons R_1 nous retrouvons l'expression $\omega^2 = \omega_o^2 + \frac{1}{\ell C_1} - \frac{r^2}{4\ell^2}$)

et l'amortissement à :

(30) $$\varepsilon = \frac{1}{2\ell} \left(r + \frac{R_1}{1 + R_1^2 C_1^2 \omega^2}\right)$$

L'amortissement est maximum pour $R_1 = \frac{1}{C_1 \omega}$. Figure 31.

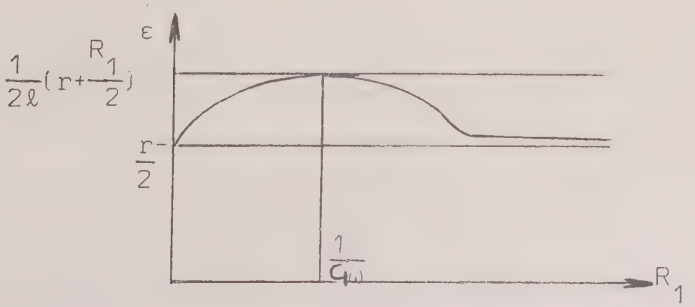


Figure 31

Remarquons que dans les expressions précédentes, nous pouvons dans les calculs numériques assimiler ω à ω_o. Les erreurs entrainées dans le cas d'un quartz 100 KHz, de coefficient de qualité de 10^6 , d'inductance de 600 H, et avec R_1 = 1 MΩ et C_1 = 50 pf restent extrêmement faibles.

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} < 10^{-12} \quad \text{et} \quad \frac{d\omega}{\omega} < 8.10^{-12}$$

Nous pouvons retrouver ces résultats à partir des équations établies dans le chapitre précédent traitant des oscillateurs Butler et Miller.

Ainsi dans le cas de l'oscillateur Miller, séparer le quartz peut se faire en réalisant les conditions : s = 0 et Γ = 0 .

Si de plus nous négligeons R_1 nous obtenons à partir du système (21) :

$$\cos (\psi - \Psi) = 0 \quad \text{et} \quad \sin (\psi - \Psi) = 1$$

d'où :

$$\frac{dI_6}{dt} = - \frac{\varepsilon}{2} I_6$$: solution exponentielle du décrement $\frac{\varepsilon}{2}$

et

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{1}{2\ell C_o \omega_o} \quad \text{soit} \quad \omega^2 = \omega_o^2 + \frac{1}{\ell C_o}$$

Ce résultat est comparable au précédent à $\frac{r}{2\ell}$ près.

(Les calculs du chapitre II étant réalisés en première approximation, le terme $\frac{r}{2\ell}$ a été négligé).

En tenant compte de R_1 nous obtenons :

$$tg (\psi - \Psi) = R_1 C_1 \omega_o$$

$$V = \frac{L \omega_o^2}{\omega_o} I_6 \sin (\psi - \Psi)$$

d'où :

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{1}{2\ell C_1 \omega_o} \frac{R_1^2 C_1^2 \omega_o^2}{1 + R_1^2 C_1^2 \omega_o^2}$$

soit :

$$\omega^2 = \omega_o^2 + \frac{1}{\ell C_o} \frac{R_1^2 C_1^2 \omega_o^2}{1 + R_1^2 C_1^2 \omega_o^2}$$

Résultat identique à l'expression (29) mais toujours établi en première approximation, dont à $\frac{r}{2\ell}$ près.

C/ - Mesure du coefficient de qualité par intégration de l'enveloppe de l'oscillation libre

La méthode généralement utilisée dans la mesure du coefficient de qualité est la méthode dite de "la crevasse" permettant des mesures à 1 % , et relativement longue à mener. Nous nous sommes attachés à un procédé d'intégration de l'oscillation libre utilisant des éléments d'un calculateur analogique. (Une méthode relevant du même principe a été utilisée par MM. JACQUINOT et DUMESNIL en 1944 qui se servaient alors d'un fluxmètre comme élément d'intégration).

L'équation représentative de l'oscillation libre s'écrivant :

$$V = V_o \, e^{-\frac{r'}{2\ell} t}$$

son intégrale est égale à :

$$- V_o \frac{2\ell}{r'} e^{-\frac{r'}{2\ell} t} + Cte$$

Si nous choisissons sur le calculateur une constante d'intégration égale à :

$$\frac{2\ell}{r'} \quad V_o$$

(ceci en affichant une valeur initiale nulle pour la quantité intégrée). Cette intégrale tendra vers la limite :

$$\frac{2\ell}{r'} V_o$$

lorsque le temps tendra vers l'infini. Le coefficient de qualité apparent étant :

$$Q = \frac{\ell \omega_o}{r'}$$

Nous pouvons écrire :

$$Q' = \frac{\Pi f_o}{V_o} \lim_{t \to \infty} \int V \, dt$$

Comme $f_o = 10^5$ Hz, le choix d'une valeur de v_o égale à Π nous permettra de lire directement la valeur de Q' sur un voltmètre numérique.

Nous avons utilisé un synthétiseur pour exciter le quartz, appareil nous permettant de choisir un niveau d'excitation supérieur à V_o

et de régler par l'affichage de fréquence, le saut d'amplitude au moment de la séparation à une valeur déterminée.

Le schéma de calcul est donné par la figure 32.

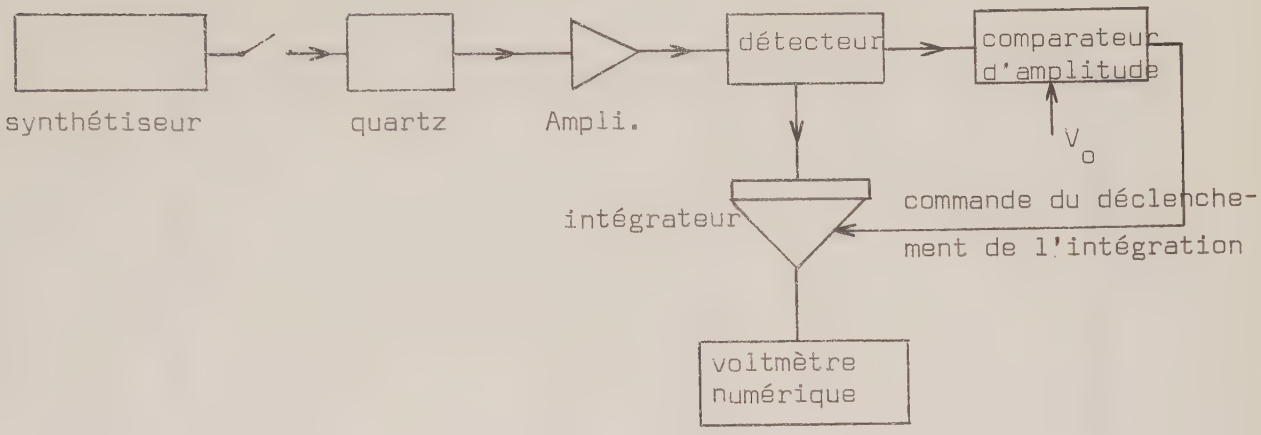


Figure 32

Le déclenchement de l'intégration à la valeur initiale $V_o = \Pi$ est réalisé au moyen d'un relais commandé par un comparateur, comparant l'enveloppe de l'oscillation à la tension V_o.

Le coefficient de qualité apparent mesuré est :

$$Q' = \frac{\ell\omega_o}{r + \frac{R_1}{1 + R_1^2 C_1^2 \omega^2}}$$

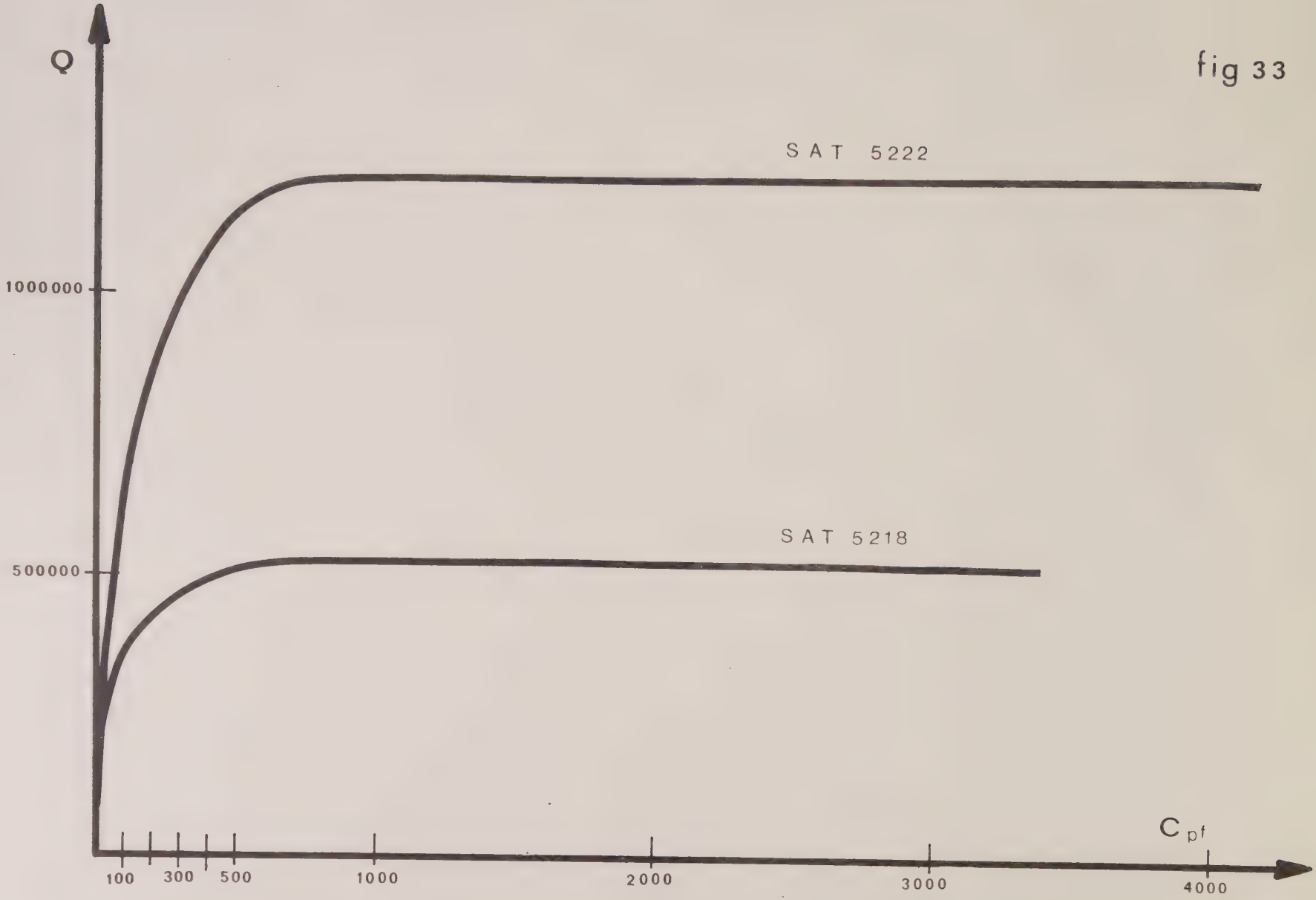
qui par un choix approprié de la capacité C_1 tel que $R_1 \ll 1 + R_1^2 C_1^2 \omega^2$ peut être rendu égal au coefficient de qualité théorique :

$$Q = \frac{\ell\omega_o}{r}$$

Nous avons mesuré les coefficients de qualité de deux quartz et tracé sur la figure 33 les variations de leurs valeurs expérimentales en fonction de C_1. Nous pouvons constater que pour $C_1 > 800$ pF les mesures sont constantes et nous conduisent aux résultats suivants.

Pour le premier quartz $Q' = 1\,195\,000$ à 0,5 % près et $Q' \simeq Q$ à 0,3 % pour $C_1 = 2\,000$ pF. (Les mesures par la méthode de la

fig 33


Q
SAT 5222
SAT 5218
1000000
500000
100
300
500
1000
2000
3000
4000
C pf

crevasse avaient donné : Q = 1 200 000 à 2 % près).

Pour le deuxième quartz Q = 524 000 à 1 % près.

La méthode est d'autant plus précise que le coefficient de qualité est important. Elle n'est plus applicable directement pour des quartz de mauvaise qualité, le régime transitoire étant alors trop rapide par rapport aux constantes de temps du calculateur et il devient nécessaire d'avoir recours à un enregistreur magnétique afin d'étendre l'échelle des temps.

IV - MISE EN EVIDENCE DES NON LINEARITES DANS LES QUARTZ

Les phénomènes non linéaires dans les quartz sont encore actuellement très mal connus. Le schéma équivalent généralement utilisé est une représentation linéaire, établie en première approximation. Une étude plus poussée mettra en évidence des effets non linéaires. Une telle étude devra tenir compte d'une mise en défaut de la loi de Hooke dans les relations entre les efforts et les déformations du cristal, des effets de perte d'énergie par frottement interne, de l'influence des électrodes et du système de fixation. Des calculs partiels portant sur l'une ou l'autre des grandeurs représentatives du quartz et sur l'un ou l'autre des effets précédents ont été faits par SMOLARSKI, GERBER, SMAGIN. Les résultats obtenus mettent en évidence des effets quadratiques dans les relations fréquence-amplitude.

Les études expérimentales portent sur plusieurs domaines, domaine des oscillations forcées et domaine des oscillations libres, pour les observations à relativement court terme. A long terme l'influence de la température et du vieillissement sur la fréquence est aussi à classer dans les phénomènes non linéaires. SEED et HAMMOND dans le cas de l'oscillation forcée ont mis en évidence dans les courbes de résonance des non linéarités relevant principalement de l'équation de DÜFFING. WARNER a vérifié la loi des variations quadratiques de la fréquence en fonction du courant et SMOLARSKI a enregistré le défaut d'isochronisme sur une plage d'amplitude de 30 dB, lorsque le quartz est en oscillation libre, par enregistrement photographique des variations de phase.

Nous nous sommes attachés plus particulièrement à l'étude de quartz en oscillation libre. L'étude dans ces conditions s'approche certainement plus près des conditions théoriques, le quartz étant au maximum isolé de toute influence extérieure.

A/ - Défaut d'isochronisme

Le quartz préalablement placé dans un oscillateur ou mis en oscillation forcée par un générateur de fréquence extrêmement stable est séparé de l'élément d'excitation, après que le régime permanent soit établi,

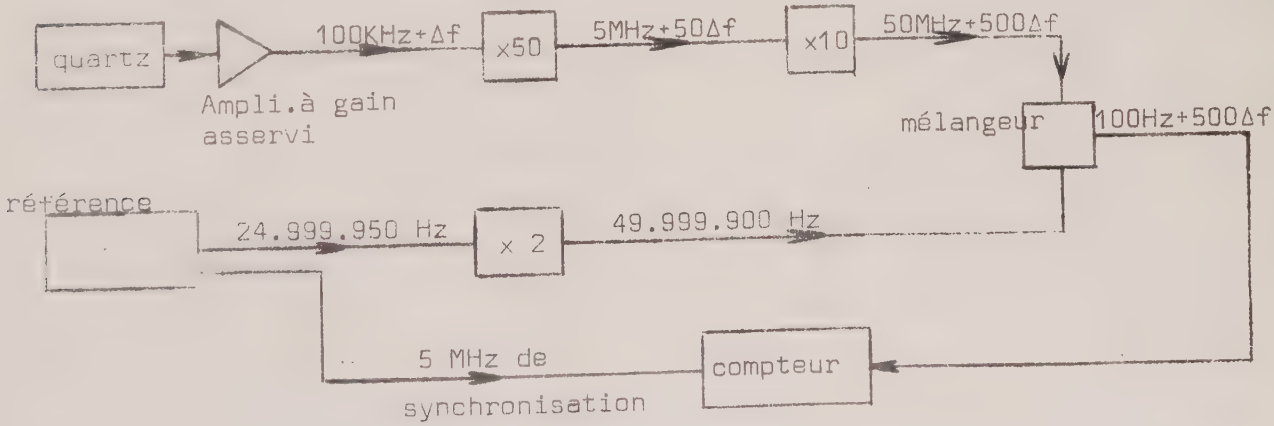
et donne naissance à une oscillation libre avec les phénomènes de saut d'amplitude et de fréquence que nous avons préalablement étudié.

Nous avons utilisé le procédé d'excitation par un synthétiseur qui permet par les affichages de fréquence très fins de cet appareil (le 1/100 Hz) et même le 1/1000 Hz) d'exciter le quartz à une fréquence égale à celle de l'oscillation libre et d'éviter le saut de fréquence au moment de la séparation. Ce qui est pratiquement impossible à réaliser lorsque le quartz excité est dans un oscillateur. On peut à la rigueur diminuer le saut en plaçant une capacité en parallèle sur le quartz, capacité qui a pour inconvénient de limiter rapidement l'amplitude d'oscillation.

Le synthétiseur permet également de choisir avec facilité le niveau d'excitation.

Pour détecter le défaut d'isochronisme nous avons utilisé deux méthodes :

a) la fréquence du quartz que nous pouvons écrire f = 100 KHz + Δf est multipliée par 50 → 5MHz + 50 Δf. Une seconde multiplication par 10 nous donnera 50 MHz + 500 Δf. Cette fréquence est mélangée à une fréquence étalon de 49 999 900 Hz.



Nous obtenons un battement de 100 Hz + 500 Δf qui compté sur 1/10 s ou 1 s par un compteur piloté extérieurement par la fréquence de référence, permet d'apprécier des variations de fréquence de 2.10^{-7} ou de 2.10^{-8}.

b) le quartz est comparé en phase à un étalon et la courbe de phase obtenue est différentiée, ce qui nous donne les variations de fréquences en vertu de la loi

$$\Delta f = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Psi}{dt}$$

Résultats expérimentaux :

Les résultats sont donnés par les figures 34 et 35.
Courbe A - elle correspond à un quartz en barreau de coupe Y, de coefficient de qualité Q égal à $1{,}2.10^6$ et d'inductance de 620 H. La fréquence de référence ramenée au niveau de la fréquence fondamentale était de 99 995,79 Hz.

Courbe B - barreau de coupe Y de coefficient de qualité de 524 000 et de self de 600 H. La référence était de 99 996,29 Hz.
Figure 35 - barreau de coupe Y, Q = 110 000 , inductance de 1350 H; et référence de 99 993,38 Hz.

En utilisant l'amplificateur à gain asservi décrit précédemment, nous avons exploré une plage d'amplitude de 80 dB. Il n'y a pas de limitation pour les amplitudes supérieures à 10 v, par contre pour celles inférieures à 500 µv le déphasage introduit par l'amplificateur risque de fausser les résultats, surtout dans le cas de quartz à coefficient de qualité peu élevé (inférieur à 100 000).

Nous voyons que les défauts d'isochronisme se traduisent par des écarts de fréquence de plusieurs 10^{-7}. Nous avons constaté que dans la plage d'amplitude 4 v - 0,5 v pour le quartz correspondant à la courbe A, le fréquence varie linéairement avec l'amplitude (à 5 % près) et dans la plage 2,5 v - 1 v (à 10 % près) pour B.

Remarquons qu'aux faibles amplitudes, la pente de variation de la fréquence ne tend pas vers zéro. Il sera intéressant d'étendre ces mesures à des amplitudes plus élevées (même jusqu'à la rupture du quartz) ce qui doit accentuer les effets déjà observés.

L'existence d'un défaut d'isochronisme du quartz est connue : on sait qu'elle entraine pour des oscillateurs que l'on veut très stables la nécessité d'un faible niveau d'oscillations. Ces expériences apportent des précisions quantitatives jusqu'ici très insuffisamment déterminées.

fig 34

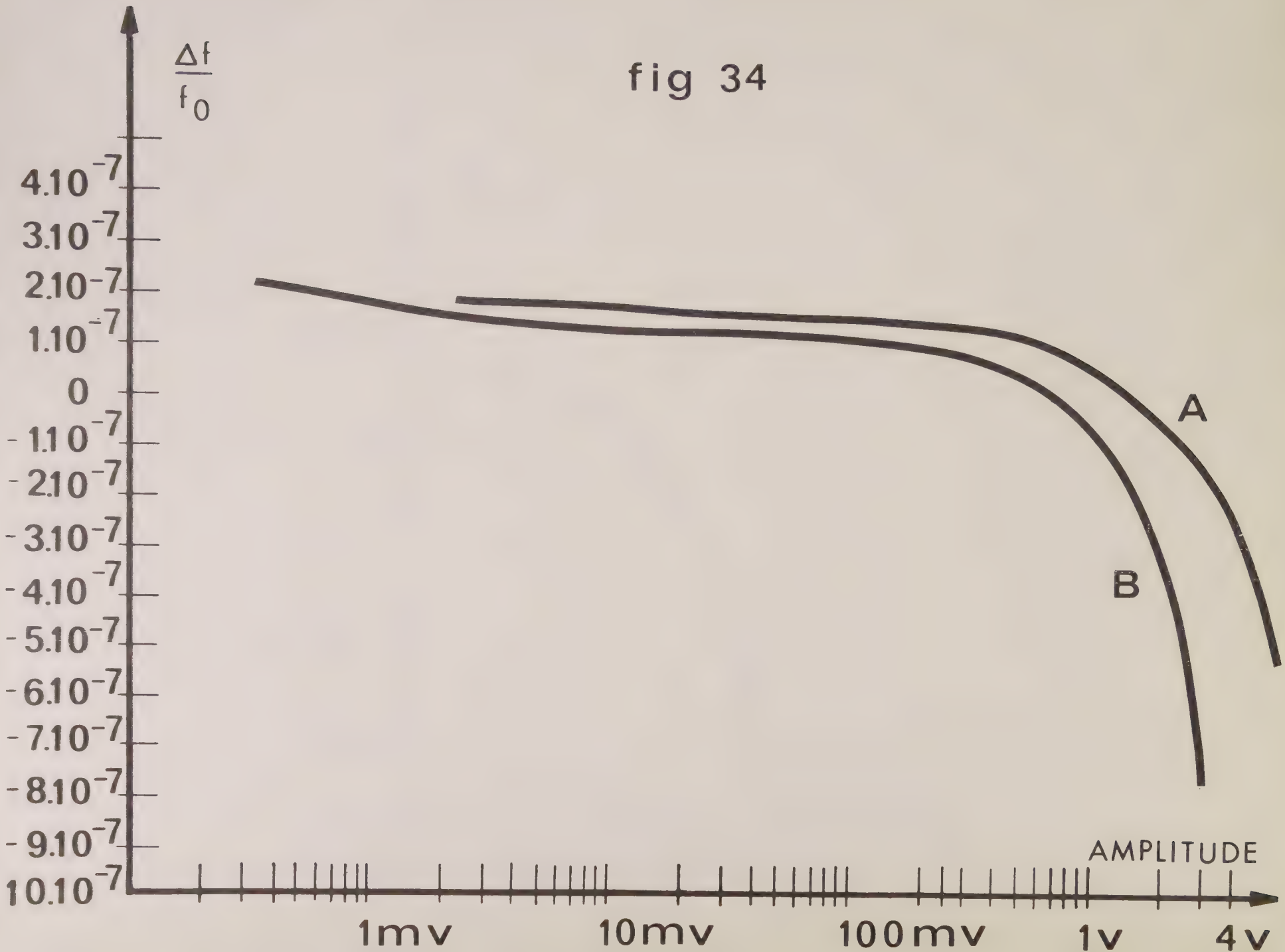
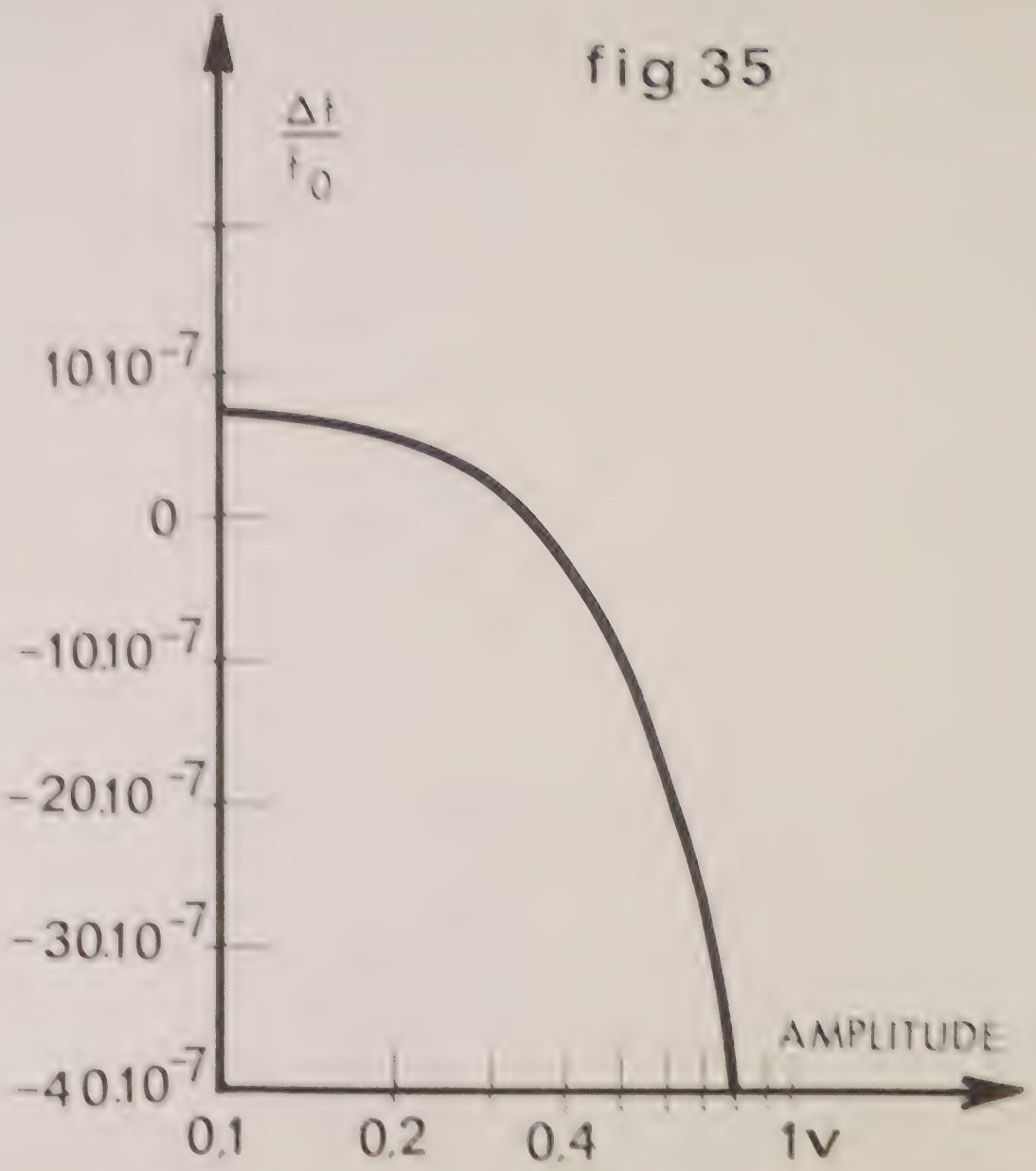

Δf/f0
4.10-7
3.10-7
2.10-7
1.10-7
0
-1.10-7
-2.10-7
-3.10-7
-4.10-7
-5.10-7
-6.10-7
-7.10-7
-8.10-7
-9.10-7
10.10-7
A
B
AMPLITUDE
1mv
10mv
100mv
1v
4v

fig 35


$\frac{\Delta f}{f_0}$
10.10^{-7}
0
-10.10^{-7}
-20.10^{-7}
-30.10^{-7}
-40.10^{-7}
AMPLITUDE
0,1
0,2
0,4
1v

B/ - Linéarité de l'enveloppe

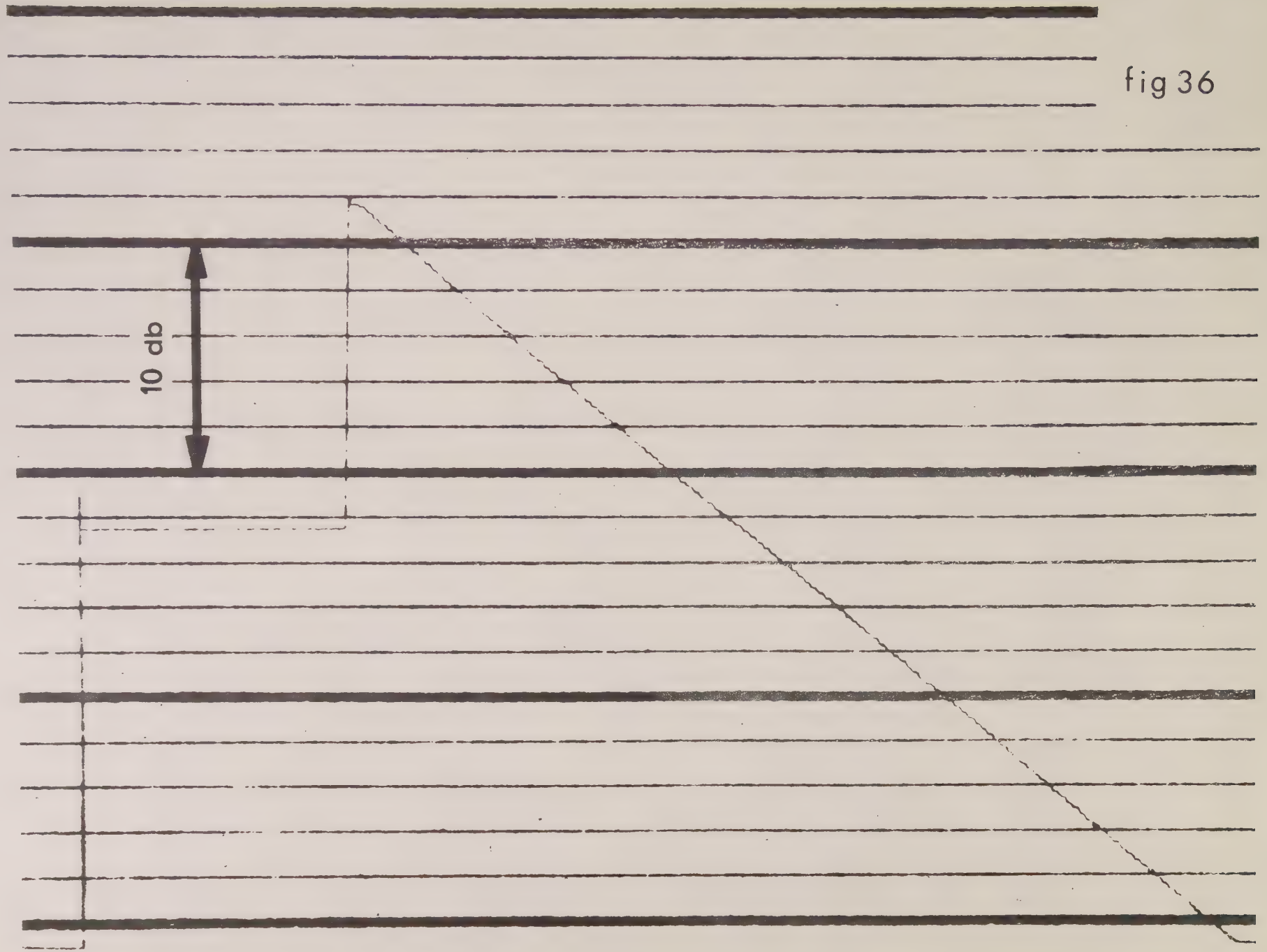
Les effets non linéaires que nous venons d'observer doivent aussi agir sur les autres grandeurs et en particulier sur l'amplitude. L'enveloppe de l'oscillation libre est théoriquement exponentielle. Nous avons essayé de mettre en évidence des perturbations de cette enveloppe, en l'enregistrant par l'intermédiaire d'un potentiomètre logarithmique. Les courbes obtenues sont linéaires à 0,5 % près, ainsi que le montre la figure 36, où est reproduite l'une d'entre elles. 0,5 % étant l'ordre de précision de l'enregistreur, il est difficile d'interpréter ces résultats. De plus, il faut faire très attention aux capacités placées en parallèle sur le quartz, ces capacités risquant elles mêmes d'introduire des non linéarités de l'ordre de 1 %.

Conclusion :

Nous avons mis en évidence les non linéarités dues aux éléments d'un oscillateur et celles dues au quartz. Leur comparaison nous montre que celles du quartz sont plus faibles. Une étude des défauts d'isochronisme serait difficile à réaliser en associant au quartz un dispositif d'entretien, car ce dernier masquerait par ses non linéarités celles du quartz.

Les conditions d'oscillation libre sont donc les plus appropriées pour la mise en évidence d'un tel phénomène.

fig 36



Annexe I

Oscillateurs Butler et Miller utilisés

Les schémas de ces deux oscillateurs sont donnés par les figures 37 et 38. Une séparation du quartz de l'oscillateur par commutation mécanique est prévue sur chacun d'eux.

Nous avons construit pour l'oscillateur Miller un dispositif d'asservissement de l'amplitude, qui permet de choisir plus facilement le niveau d'excitation du quartz et de réguler le niveau lorsque l'oscillateur fonctionne à long terme, donc d'obtenir une meilleure stabilité de fréquence. Les deux oscillateurs sont construits de façon à pouvoir être logés dans une enceinte thermostatée.

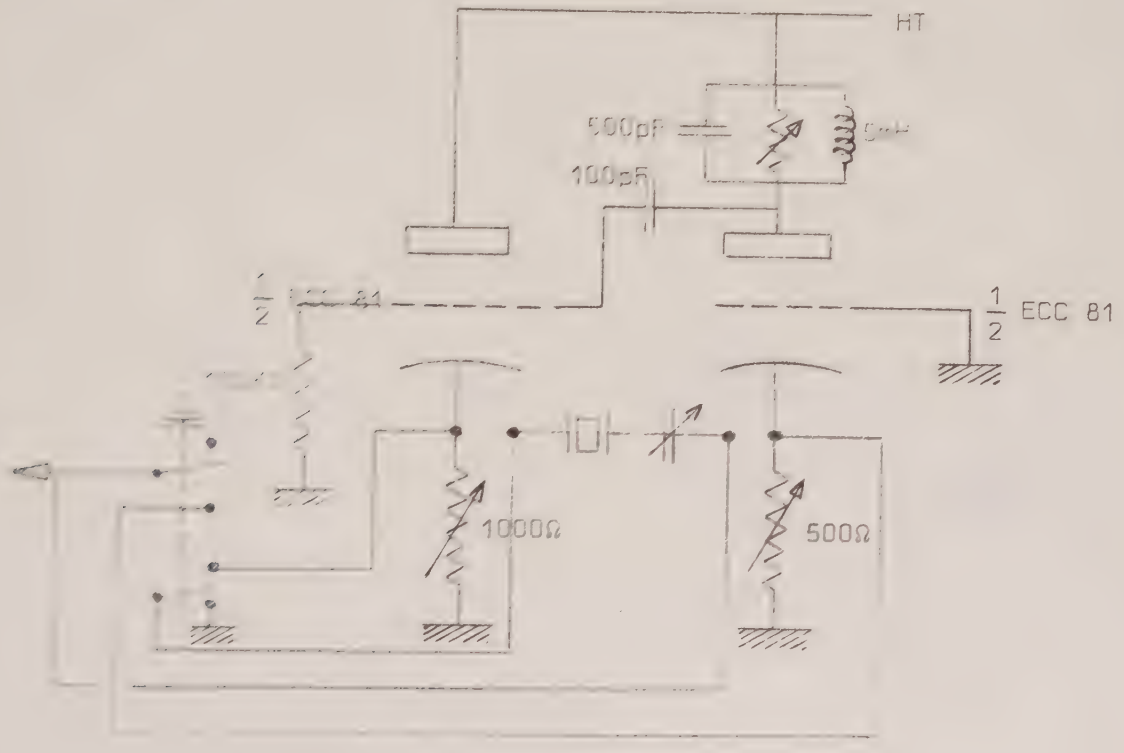


Figure 37

Oscillateur Butler

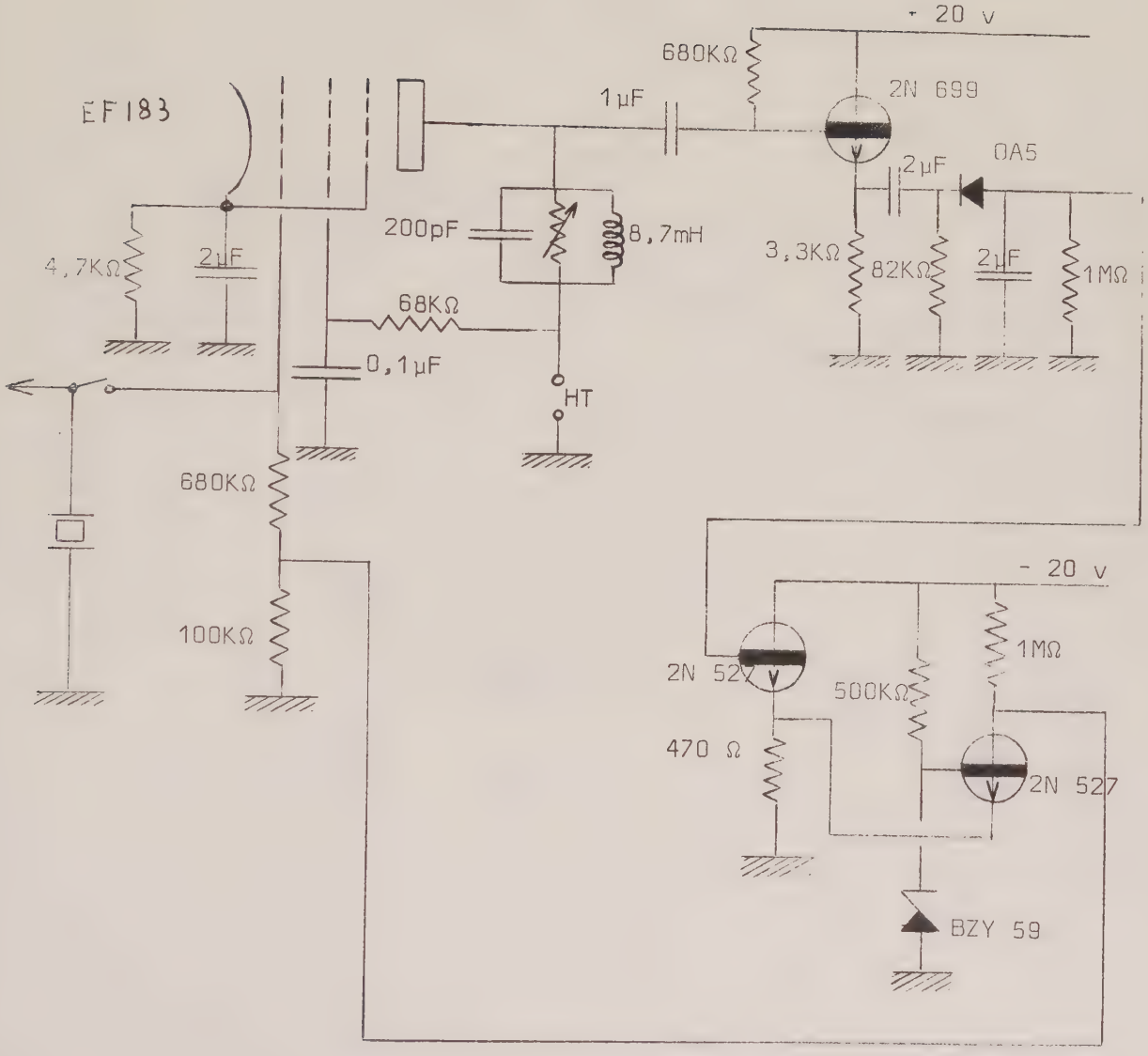


Figure 38

Oscillateur Miller

Annexe II

Enceinte thermostatée

Nous avons construit une enceinte thermostatée pouvant accueillir tous les quartz que nous avons testés, afin de mettre ceux-ci à l'abri de toute fluctuation de température pendant nos mesures.

Cette enceinte est à régulation proportionnelle. Son schéma est le suivant : (figure 39)

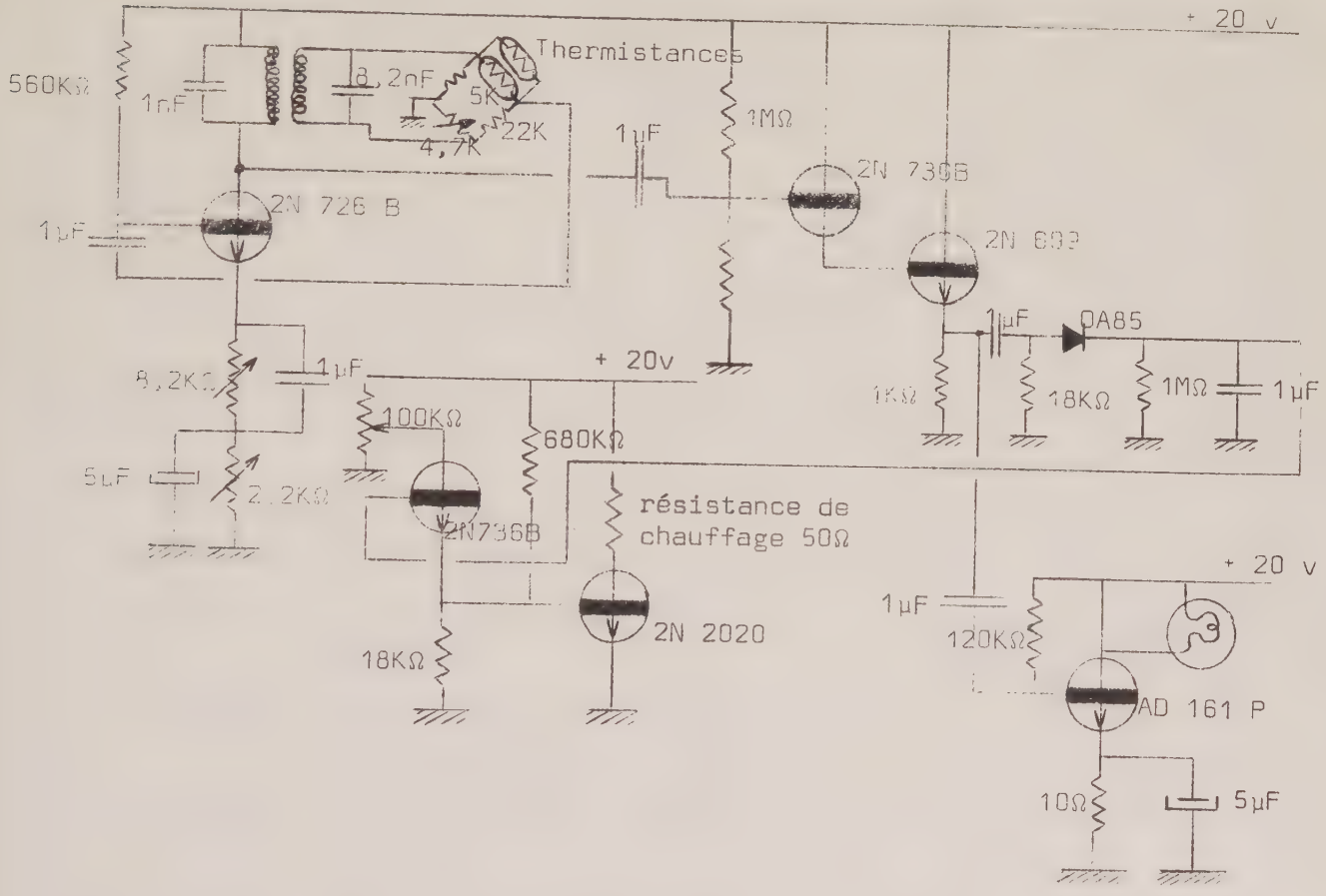


Figure 39

Sa température de fonctionnement est réglable entre 30° et 40°. Des essais à court terme nous ont donné les résultats suivants : les fluctuations de température à l'intérieur de l'enceinte sont inférieures à 6°/1000 par minute, et la dérive est de 1°/1000 par minute. Ces performances se sont suffisantes pour nos expériences puisque celles ci ont toujours été faites pendant des intervalles de temps courts.

BIBLIOGRAPHIE

CHAPITRE I

S. BALLANTINE Variable mu tretrodes in logarithmic recording.
(Electronics - Juanuary 1931)

GILLE - DECAULNE - PELLEGRIN
Théorie et technique des asservissements.

L. SIDERIADES Théorie des servomécanismes.
(Centre régional de documentation pédagogique - Marseille)

CHAPITRE II

W.G CADY — Piezoelectricity . Vol. I et II
(Dover publications 1964)

MASON — Physical acoustics . Vo. I - part.A
(Academic Press - New York 1964)

SCHEIBE — Piezoelektrizität des quartzes - 1938

VIGOUREUX — Quartz vibrators and their applications - 1950

BUCHANAN — Handbook of piezoelectric crystals for radio equipment designers.

W. HERZOG — Oscillatoren mit Schwingkistallen.
(Springer-Verlag - Berlin 1958)

W. HERZOG — Siebschaltungen mit Schwingkristallen.
(Friedr. Vieweg und Sohn - 1962)

HEISING — Quartz crystals for electrical circuits.
(D. Van Nostrand Company N.Y - 1946)

J. ROGER — Propriétés des quartz piézoélectriques employés pour la stabilisation des fréquences.
(C et I 18° A n° 4 - 1964)

J. HAAG — Les mouvements vibratoires. Tome I
(P.U.F.- 1952)

J. HAAG - R. CHALEAT
Problèmes de théorie générale des oscillations et de chronométrie.
(Eyrolles 1960)

ROCARD — Dynamique générale des vibrations

STOBER — Non linear vibrations.
(Interscience publischers - New-York - 1950)

GROSZKOWSKI — Frequency of self oscillations.
(Pergamon press - 1964)

J. LURET — Principe du calcul analogique à courant alternatif à fréquence élevée.
(Conservatoire national des Arts et Métiers)

H.J UFFLER — Sur un nouveau procédé de calcul par courants de haute fréquence.
(Annales de radioélectricité. Tome XI n° 45 - Juillet 1956)

CHAPITRE III

JACQUINOT - DUMESNIL
Méthodes des mesures des constantes du dipôle équivalent à un cristal piézoélectrique : quartzmètre.
(Onde électrique n° 232 - Juillet 1946)

H. MAYER — Sur une méthode simple et précise pour déterminer le facteur de qualité Q des cristaux piézoélectriques.
(Journal de physique et le radium. Supplément au n° 6 Tome 17 - Juin 1956)

M. REDWOOD — Determination of the parameters of a piezoelectric transducer from the decay of resonant vibrations.
The journal of the acoustical Society of America.
Volume 34 n° 7 - Juillet 1962)

CHAPITRE IV

A.G SMAGIN — Influence de l'anharmonicité sur la fréquence propre d'oscillation d'un quartz.
(Radiotekh. i. elektron. SSSR 1965 - 10 n° 2)

SMOLARSKI — An attempt at phenomenological determination of a non linear equation for quartz resonators.
(Bull. Acad. Polon. Sci.Ser. Sci. Tech. 14 - 1966)

SMOLARSKI — Free oscillation - Frequency method for investigating quartz resonators.
(Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Sci. Tech. 12 - 1964)

SMOLARSKI — Time dependance of frequency instabilities caused by amplitude variation in quartz crystal oscillators.
(Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Sci. Tech. Volume XIII n° 1-1965)

GERBER — Amplitude of vibration in piezoelectric crystals.
(Electronics - Avril 1951)

SEED — Non linear effects in quartz resonators.
(4 Th. international congress on acoustics. Copenhague 21-28 Aout 1962)

HAMMOND - ADAMS et CUTLER — Proceedings of the 17 th An. Symposium on frequency control. Atlantic City - 1963.

WARNER — Design and performance of ultra precise 2,5 Mc Quartz crystal units.
(Bell syst. Techn. Journal - Septembre 1960)

M. MINORSKY — Non linear oscillations - 1962.